

Exercice n° HA 0201 - Corrigé

Différentes fonctions de production appliquées à un événement pluie – débit – Application au bassin versant de la Seymaz (GE)

Données de l'exercice :

L'exercice porte sur l'événement pluie/débit du 9 novembre 1994 (Figure 2-énoncé) observé sur le bassin de la Seymaz à « pont Bochet » (superficie du bassin de 28.5 km²). Les données de l'événement pluie – débit du 9.11.1994 sont disponibles dans le fichier Excel « HA0201_enonce.xls ». Le corrigé de l'exercice se trouve également dans un document Excel « HA0201_corrige.xls ».

Question 1. Estimation de la lame ruisselée

⊙ Méthode à appliquer : Séparation des écoulements par la méthode graphique

Il s'agit d'identifier le tarissement sur un hydrogramme et le débit de base en procédant à la séparation des écoulements. Cette technique se base sur une représentation logarithmique de la décroissance du débit en fonction du temps. Une telle représentation est censée mettre en évidence les cassures de la courbe de décrue et par conséquent les différents types d'écoulement.

⊙ Démarche et résultats :

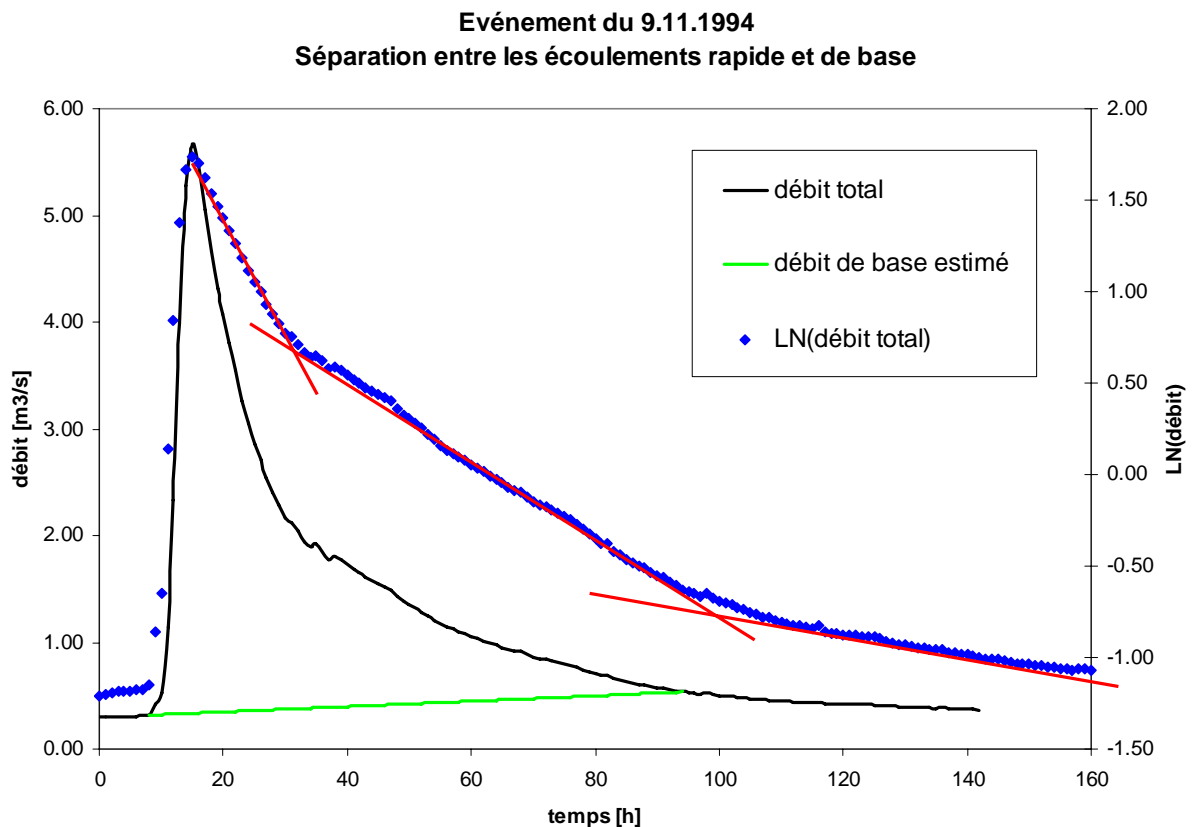


Figure 1. Séparation des écoulements par la méthode graphique

Etape 1 : Identification de la date de début de ruissellement à partir de l'hydrogramme de crue (augmentation brutale au début de l'évènement)

Début de l'écoulement rapide 09.11.1994 20h00

Etape 2 : Identification de la date de fin de ruissellement par la méthode graphique (Figure 1).

- Représentation logarithmique de la décroissance du débit en fonction du temps.
- Mise en évidence des cassures de la courbe de décrue et par conséquent des différents types d'écoulements (ajustement à l'œil de droites). Le point d'intersection entre la droite de tarissement et la droite « précédente » est le point de fin du ruissellement de surface.

Fin de l'écoulement retardé 13.11.1994 10h00

Etape 3 : Séparation de l'écoulement de surface et de l'écoulement de base par la méthode de « la ligne droite » *Straight line method*. (Figure 1).

- Tracer la droite entre les dates de début et de fin de ruissellement
- Calcul du débit de base et du débit ruisselé.
- Calcul de la lame ruisselée = volume généré par l'écoulement rapide divisé par la surface du bassin versant.

Volume ruisselé 383'402 m³
Lame ruisselée 13.5 mm

On peut ainsi calculer le coefficient de ruissellement C_r à partir de la lame précipitée ($P = \Sigma P_i$) et de la lame ruisselée :

$$C_r = \frac{\text{Lame ruisselée} [mm]}{\text{Lame précipitée} [mm]} = \frac{13.5}{25} = 0.54$$

⊙ **Attention !**

La technique de séparation des écoulements faisant appel au jugement de l'opérateur/opératrice d'autres solutions sont possibles.

D'autre part, il faut être attentif au fait que les débits sont exprimés en valeur instantanée, ce qui nécessite de les moyenner sur le pas de temps considéré pour le calcul du volume.

Question 2a. Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice ϕ

⊙ **Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice ϕ**

L'hypothèse principale des méthodes employées ci-après est de considérer que la lame nette précipitée est égale à la lame ruisselée. Connaissant la lame ruisselée, la méthode de l'indice ϕ consiste à trouver la valeur de l'intensité pluviométrique limite au-delà de laquelle toute la lame précipitée participe au ruissellement (i.e. vérifier l'égalité « lame nette précipitée=lame ruisselée »)

Pratiquement, la valeur de l'indice ϕ est déterminée par itérations successives, en estimant le nombre M d'intervalles Δt de pluie qui contribue à l'écoulement direct en ajustant ϕ et le nombre d'intervalles M de façon à ce que la quantité du ruissellement direct R soit égale à la pluie nette.

$$R = \sum_1^M (P_M - \phi \Delta t)$$

⊙ **Démarche et résultats**

Etape 1 : Estimation de l'indice ϕ par itérations successives

- Choisir un premier intervalle de temps (pour lequel l'intensité de la pluie est maximale)

- On choisit $M=1$, $P_1= 6.8$ mm et $\Delta t=1$ heure¹. On calcule l'indice possible Φ , d'après l'équation suivante :

$$R = P_1 - \phi \Delta t \text{ et } \phi = \frac{P_1 - R}{\Delta t} \text{ (avec } R= 13.5 \text{ mm)}$$

$$\phi = \frac{6.8 - 13.45}{1} = -3.65 \text{ mm/h} < 0. \text{ Cette valeur négative est impossible car elle n'a pas de signification physique.}$$

- On choisit $M=2$, $P_2= 13.3$ mm, $\Delta t=2$ heures

$$\phi = \frac{13.3 - 13.45}{2} = -0.075 \text{ mm/h} < 0. \text{ Cette valeur négative est impossible car elle n'a pas de signification physique.}$$

- On choisit $M=3$, $P_3= 17.5$ mm, $\Delta t=3$ heures

$$\phi = \frac{17.5 - 13.45}{3} = 1.35 \text{ mm/h. Cette valeur pourtant positive est impossible car l'égalité de départ « lame nette précipitée (calculé avec l'indice } \Phi \text{ obtenu) égale à la lame ruisselée » n'est pas vérifiée.}$$

- On choisit $M=4$, $P_4= 19.3$ mm, $\Delta t=4$ heures

$$\phi = \frac{19.3 - 13.45}{4} = 1.5 \text{ mm/h. Cette valeur pourtant positive est impossible (voir ci-dessus).}$$

On choisit $M=5$, $P_5= 21.6$ mm, $\Delta t=5$ heures

$$\phi = \frac{21.6 - 13.45}{5} = 1.6 \text{ mm/h. Cette valeur est correcte car l'égalité de départ « lame nette précipitée égale à la lame ruisselée » est vérifiée. On a donc : } i_{limite} = 1.6 \text{ mm/h}$$

Etape 2 : Calcul de la pluie nette.

Pour tous les intervalles où $P > \Phi \Delta t$, on calcule la pluie nette en soustrayant la quantité de pluie $\Phi \Delta t$ à chaque incrément de pluie totale (on néglige donc tous les intervalles où $P < \Phi \Delta t$).

date (jj.mm.aa hh:mm)	heure [h]	pluie totale [mm/h]	P < ou > $\Phi \Delta t$	pluie nette [mm/h]
09.11.1994 12:00	0	0.0	$P > 1.6$	0.0
09.11.1994 13:00	1	0.0	$P > 1.6$	0.0
09.11.1994 14:00	2	0.0	$P > 1.6$	0.0
09.11.1994 15:00	3	0.0	$P > 1.6$	0.0
09.11.1994 16:00	4	0.4	$P > 1.6$	0.0
09.11.1994 17:00	5	0.1	$P > 1.6$	0.0
09.11.1994 18:00	6	1.5	$P > 1.6$	0.0
09.11.1994 19:00	7	2.4	$P > 1.6$	0.8
09.11.1994 20:00	8	1.7	$P > 1.6$	0.1
09.11.1994 21:00	9	6.8	$P > 1.6$	5.2
09.11.1994 22:00	10	6.5	$P > 1.6$	4.9
09.11.1994 23:00	11	4.2	$P > 1.6$	2.6
10.11.1994 00:00	12	1.3	$P > 1.6$	0.0
10.11.1994 01:00	13	0.0	$P > 1.6$	0.0

On obtient ainsi comme valeur de **lame nette précipitée : 13.627 mm**

¹ On peut aussi garder dans le raisonnement qui suit l'intervalle de temps Δt constant.

**Événement du 9.11.1994 - Hydrogrammes total et de base à pont Bochet -
Hyétogrammes de pluie totale et nette à Chevrier**

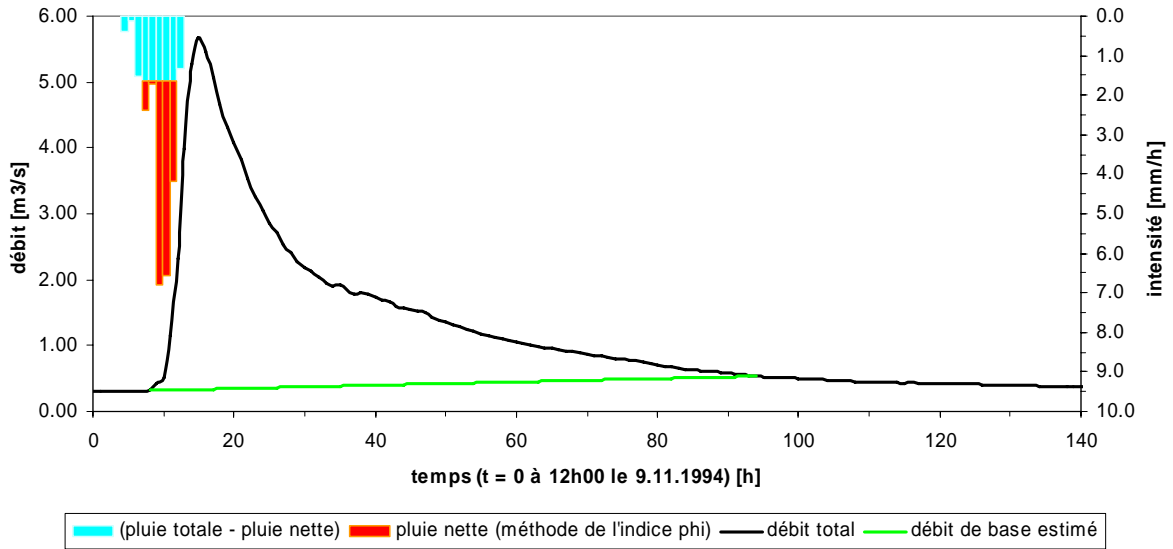


Figure 2. Hyétogramme de pluie nette obtenue par la méthode Φ

Question 2b. Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice W (proportionnelle)

⊙ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice W

La méthode de l'indice W revient simplement à multiplier chaque incrément de pluie par le coefficient de ruissellement valant ici 0.54 (cf. question1).

⊙ Démarche et résultats

date (jj.mm.aa hh:mm)	heure [h]	pluie totale [mm/h]	pluie nette [mm/h]
09.11.1994 12:00	0	0.0	0.0
09.11.1994 13:00	1	0.0	0.0
09.11.1994 14:00	2	0.0	0.0
09.11.1994 15:00	3	0.0	0.0
09.11.1994 16:00	4	0.4	0.2
09.11.1994 17:00	5	0.1	0.1
09.11.1994 18:00	6	1.5	0.8
09.11.1994 19:00	7	2.4	1.3
09.11.1994 20:00	8	1.7	0.9
09.11.1994 21:00	9	6.8	3.7
09.11.1994 22:00	10	6.5	3.5
09.11.1994 23:00	11	4.2	2.3
10.11.1994 00:00	12	1.3	0.7
10.11.1994 01:00	13	0.0	0.0

**Événement du 9.11.1994 - Hydrogrammes total et de base à pont Bochet -
Hyéogrammes de pluie totale et nette à Chevrier**

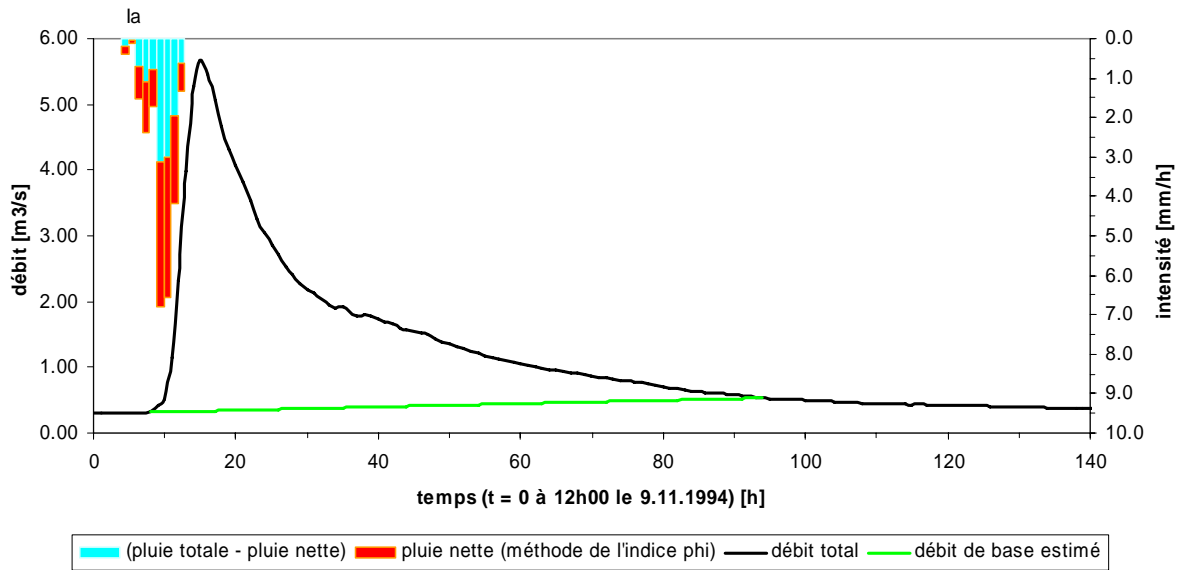


Figure 3. Hyéogramme de pluie nette obtenue par la méthode W (proportionnelle)

Question 2c. Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice W minimum

⊙ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice W minimum

Sur la base d'observations répétées, un hydrologue russe (G.A. Alekseev) a proposé une méthode de calcul faisant intervenir les pertes initiales exprimées en fonction d'un taux d'infiltration moyen et d'un paramètre climatique γ .

Les pertes initiales L_0 représentent la lame d'eau infiltrée dans le sol avant le début du ruissellement tandis que l'inverse du paramètre climatique γ peut être interprété comme étant la durée durant laquelle la capacité d'infiltration du bassin est égale à sa valeur moyenne.

En nommant i_m la capacité moyenne d'infiltration, on peut écrire la relation suivante:

$$L_0 = \frac{i_m}{\gamma} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_0 : \text{pertes initiales [mm]}, \\ i_m : \text{capacité moyenne d'infiltration [mm/h]}, \\ \gamma : \text{paramètre climatique [h}^{-1}] \end{array} \right.$$

⊙ Démarche et résultats

Étape 1 : Estimation des pertes initiales. La littérature permet de fixer pour le bassin considéré des pertes initiales de 1.5 mm. La lame de la **pluie totale** * (cad, pluie totale – pertes initiales) = 25 – 1.5 = 23.5 mm. On peut ainsi calculer le nouveau coefficient de ruissellement C_r^* à partir de la lame Précipitée :

$$C_r^* = \frac{\text{Lame ruisselée [mm]}}{\text{Lame précipitée [mm]}} = \frac{13.5}{(25 - 1.5)} = \frac{13.5}{23.5} = 0.57$$

Étape 2 : Estimation de la capacité moyenne d'infiltration. Pour le bassin considéré la littérature fixe la capacité moyenne d'infiltration à 1 mm/h.

Étape 3 : Déterminer les pertes initiales sur le hyéogramme. On calcule la lame précipitée cumulée d'où l'on déduit les incréments de pertes initiales et ainsi le hyéogramme de la « **pluie totale** * » (cad, pluie totale – pertes initiales)

- le premier incrément de pluie totale : lame totale cumulée $P = 0.4 \text{ mm} < L_0 (= 1.5 \text{ mm})$, Pertes initiales cumulées = 0.4 mm
- pour le deuxième incrément : lame totale cumulée $P=0.4 + 0.1 = 0.5\text{mm} < L_0 (= 1.5 \text{ mm})$, Pertes initiales cumulées = $0.4 + 0.1 = 0.5 \text{ mm}$
- pour le troisième incrément : lame totale cumulée $P=0.4 + 0.1 + 1.5 = 2 \text{ mm} > L_0 (= 1.5 \text{ mm})$, Pertes initiales cumulées = $0.5 + 1 = 1.5 \text{ mm}$. Pour cet incrément de pluie totale seul 1 mm de pluie sont à considérer comme pertes initiales et 0.5 mm pour la « pluie totale * ».

Etape 4 : Calcul de la pluie nette.

Comme pour la méthode de l'indice W traditionnelle, il suffit de multiplier chaque incrément de pluie totale * par le coefficient de ruissellement Cr^* .

date (jj.mm.aa hh:mm)	heure [h]	pluie totale [mm/h]	lame totale cumulée P(t) [mm]	pertes initiales cumulées la [mm]	pluie totale * (moins les pertes) [mm/h]	pluie nette [mm/h]
09.11.1994 12:00	0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
09.11.1994 13:00	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
09.11.1994 14:00	2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
09.11.1994 15:00	3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
09.11.1994 16:00	4	0.4	0.4	0.4	0.0	0.0
09.11.1994 17:00	5	0.1	0.5	0.5	0.0	0.0
09.11.1994 18:00	6	1.5	2.0	1.5	0.5	0.3
09.11.1994 19:00	7	2.4	4.4	1.5	2.4	1.5
09.11.1994 20:00	8	1.7	6.1	1.5	1.7	1.1
09.11.1994 21:00	9	6.8	12.9	1.5	6.8	4.2
09.11.1994 22:00	10	6.5	19.5	1.5	6.5	4.0
09.11.1994 23:00	11	4.2	23.6	1.5	4.2	2.6
10.11.1994 00:00	12	1.3	25.0	1.5	1.3	0.8
10.11.1994 01:00	13	0.0	25.0	1.5	0.0	0.0

**Événement du 9.11.1994 - Hydrogrammes total et de base à pont Bochet -
Hyétogrammes de pluie totale et nette à Chevrier**

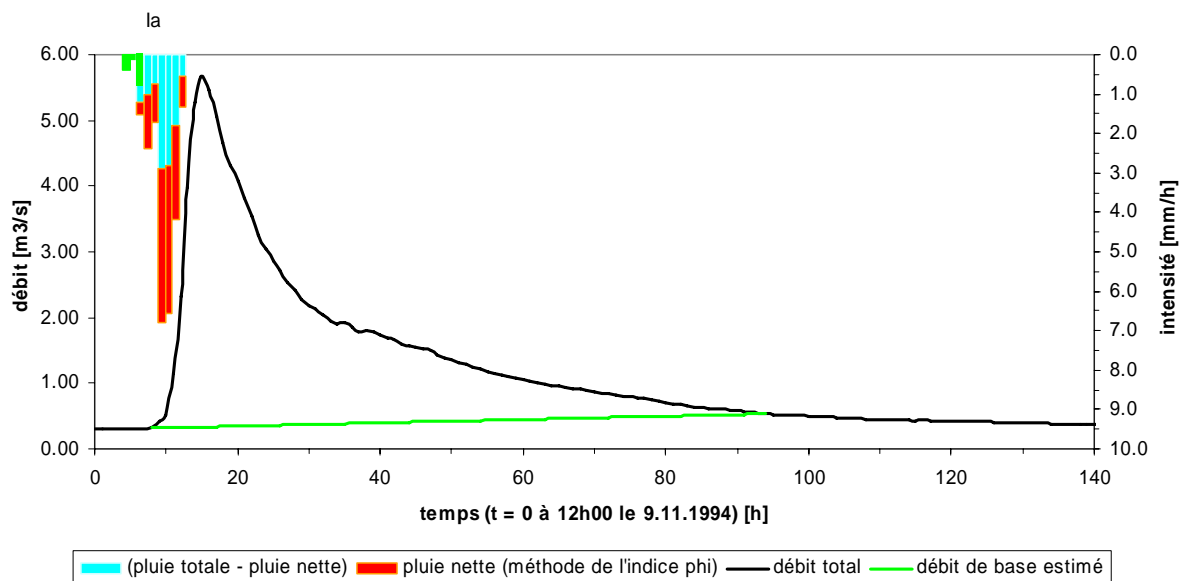


Figure 4. Hyétogramme de pluie nette obtenue par la méthode W (minimum)

Question 2d. Calcul de la pluie nette par la méthode du Curve Number

⊙ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode du Curve Number

L'hypothèse principale de la méthode SCS est que le rapport des pertes réelles sur les quantités d'eau ruisselées est égal au rapport des pertes maximales potentielles sur le ruissellement maximum potentiel.

Ceci peut s'écrire simplement comme suit :

$$\frac{P_n}{P - P_n - I_a} = \frac{P - I_a}{S}$$

- P = Précipitation totale (Pluie brute)
- I_a = Pertes initiales avant submersion (parfois considérée comme $I_a = 0.2 \cdot S$)
- P_n = Pluie nette (Précipitation participant au ruissellement Q)
- $P - P_n - I_a$ = Pertes additionnelles. Ce sont les précipitations infiltrées après le début du ruissellement
- $P - I_a$ = Ruissellement maximum potentiel
- S = Pertes maximales potentielles

Et la pluie nette P_n (ou le ruissellement Q) s'exprime par :

$$P_n = \frac{(P - I_a)^2}{P + S - I_a}$$

Afin de standardiser les courbes représentant la pluie nette en fonction de la pluie brute, le SCS a introduit un paramètre sans dimension se nommant "Curve Number" (CN). Ce paramètre est normé tel que $0 < CN \leq 100$ et rapporté en unités métriques. Plusieurs expressions de CN ont été obtenues suivant les conditions antécédentes d'humidité. On a ainsi :

a) Conditions normales: $CN(II) = \frac{25400}{S + 254}$

b) Conditions sèches: $CN(I) = fct(CN(II))$

c) Conditions humides: $CN(III) = fct(CN(II))$

Enfin, le Soil Conservation Service a établi des relations entre les valeurs du Curve Number en fonction du type et de l'utilisation de différents sols. On en déduit S pour une condition antécédente d'humidité donnée.

Il est encore possible, sur la base des relations précédemment développées, d'établir l'expression du taux d'infiltration. L'infiltration cumulative I peut en effet s'écrire :

$$I = P - I_a - P_n \text{ soit, } P_n = P - I_a - I \text{ et } I = \frac{S \cdot (P - I_a)}{P - I_a + S}$$

⊙ Démarche et résultats

On est dans un cas où l'on ne connaît ni CN ni S . On connaît en revanche la quantité de pluie nette (estimation de la lame ruisselée par séparation des écoulements) et on veut connaître la répartition de la pluie nette dans le temps (hyéogramme de pluie nette).

Etape 1 : Estimation des pertes initiales. La littérature permet de fixer pour le bassin considéré des pertes initiales I_a de 1.5 mm.

Etape 2 : Estimation de la lame nette précipitée P_n ou Q (déterminée ci-dessus par séparation des écoulements et valant 13.5 mm).

Etape 3 : Estimation des pertes maximales potentielles S .

$$Q = P_n = \frac{(P - I_a)^2}{P + S - I_a} \text{ soit } 13.5 = \frac{(25 - 1.5)^2}{25 + S - 1.5} \text{ et } S = \frac{(25 - 1.5)^2}{13.5} - 25 + 1.5 = 17.5 \text{ mm}$$

Etape 4 : Estimation du CN . En considérant des conditions antécédentes d'humidité « normales », l'équation du CN s'écrit :

$$CN(II) = \frac{25400}{S + 254} = \frac{25400}{17.5 + 254} \approx 94$$

Etape 5 : Déterminer les pertes initiales sur le hyétogramme. On calcule la lame précipitée cumulée d'où l'on déduit les incréments de pertes initiales (cf. indice W minimum étape 3).

Etape 6 : Calcul de l'infiltration cumulée I . Une fois que la somme cumulée des pertes initiales atteint la valeur fixée de 1.5 mm (6^{ème} heure), il y a des pertes par infiltration et les valeurs cumulées peuvent être calculées pour chaque incrément de pluie comme suit :

$$I(t) = \frac{S \cdot (P(t) - I_a)}{P(t) - I_a + S} \text{ avec}$$

- $P(t)$ = Précipitation totale cumulée au temps t [mm],
- $I(t)$ = Infiltration cumulée au temps t [mm],
- I_a = Pertes initiales avant submersion [mm],
- S = Pertes maximales potentielles [mm].

Etape 7 : Calcul de la pluie nette.

La lame nette cumulée s'obtient en soustrayant à la lame brute cumulée, les pertes initiales cumulées et l'infiltration cumulée. On en déduit les incréments de pluie nette (en mm/h).

date (jj.mm.aa hh:mm)	heure [h]	pluie totale [mm/h]	lame totale cumulée $P(t)$ [mm]	pertes initiales cumulées I_a [mm]	Infiltration cumulée $I(t)$ [mm]	lame nette cumulée [mm]	pluie nette [mm/h]
09.11.1994 12:00	0	0.0	0.0	0.0			0.0
09.11.1994 13:00	1	0.0	0.0	0.0			0.0
09.11.1994 14:00	2	0.0	0.0	0.0			0.0
09.11.1994 15:00	3	0.0	0.0	0.0			0.0
09.11.1994 16:00	4	0.4	0.4	0.4			0.0
09.11.1994 17:00	5	0.1	0.5	0.5			0.0
09.11.1994 18:00	6	1.5	2.0	1.5	0.5	0.0	0.0
09.11.1994 19:00	7	2.4	4.4	1.5	2.5	0.4	0.4
09.11.1994 20:00	8	1.7	6.1	1.5	3.7	1.0	0.6
09.11.1994 21:00	9	6.8	12.9	1.5	6.9	4.5	3.5
09.11.1994 22:00	10	6.5	19.5	1.5	8.9	9.1	4.6
09.11.1994 23:00	11	4.2	23.6	1.5	9.8	12.4	3.3
10.11.1994 00:00	12	1.3	25.0	1.5	10.0	13.5	1.1
10.11.1994 01:00	13	0.0	25.0				0.0
10.11.1994 02:00	14	0.0	25.0				0.0

**Événement du 9.11.1994 - Hydrogrammes total et de base à pont Bochet -
Hyétogrammes de pluie totale et nette à Chevrier**

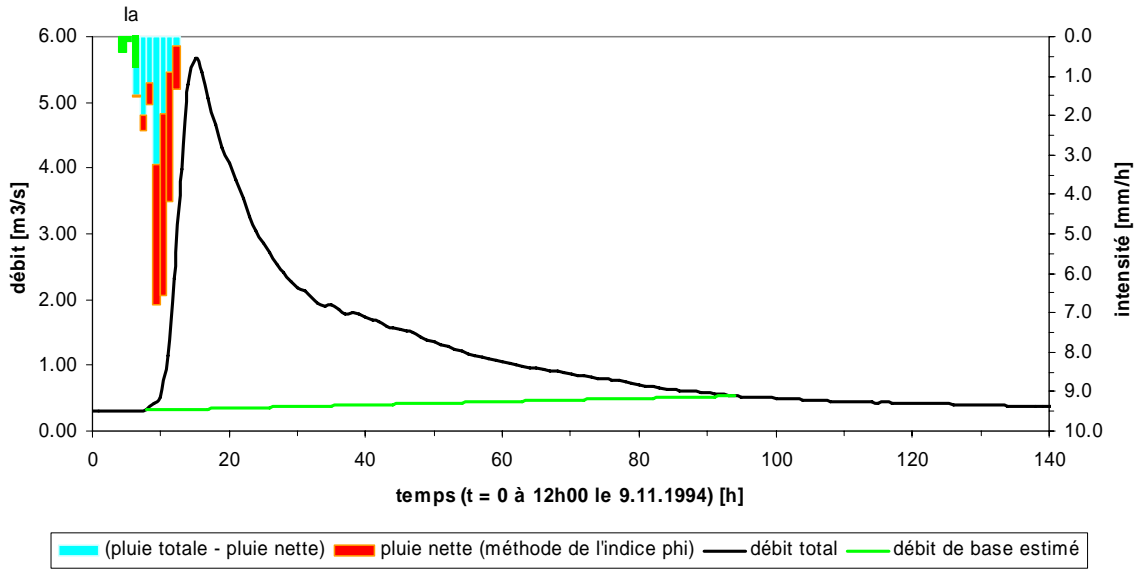


Figure 4. Hyétogramme de pluie nette obtenue par la du Curve Number

Question 3. Comparaison de la distribution temporelle de la pluie en utilisant les méthodes de l'indice Φ , de l'indice W et du Curve Number.

Faire un graphique sur lequel on superpose les 3 hyétogrammes obtenus précédemment.

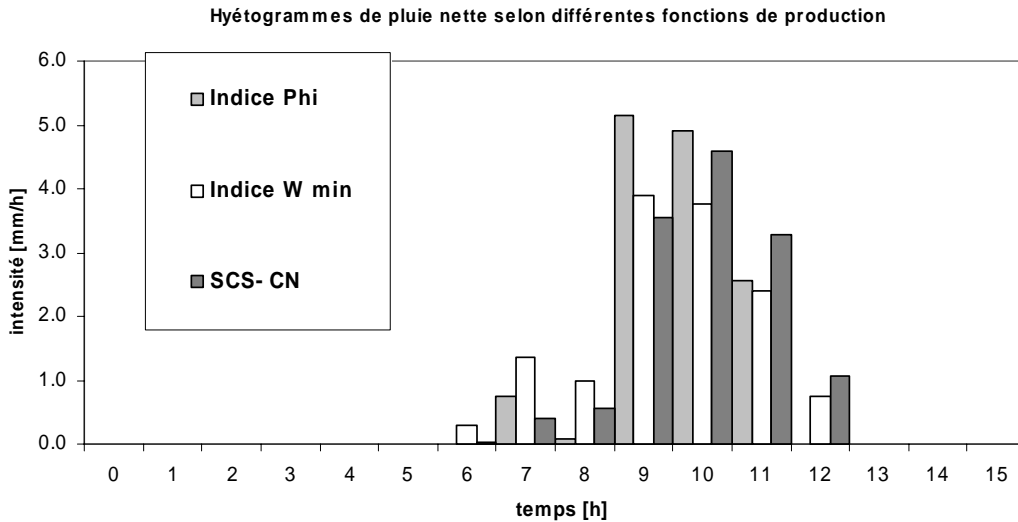


Figure 5. Hyétogrammes de pluie nette obtenus par la méthode de l'indice Φ , la méthode W (proportionnelle) et la méthode du CN. – événement du 9.11.1994 à Chevrier

L'emploi de la méthode proportionnelle (indice W) implique que la pluie nette est présente tout au long de l'événement pluvieux, mais plus spécialement lors des intensités élevées et ce indifféremment du moment de leur apparition au cours de l'averse. Au contraire la méthode du Curve Number concentre la pluie nette dans la partie finale de l'averse. La méthode du ϕ constant ne tient pas compte des premiers pas de temps, de même qu'elle néglige la fin de l'averse, et donc se concentre sur le pic de la pluie.