ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Exercice n° HA 0203 - Corrigé

Différentes fonctions de production appliquées à un événement pluie – débit – Application à la région de Payerne (VD, Suisse)

Données de l'exercice :

L'exercice porte sur la pluie de projet de temps de retour T = 10 ans et d'une durée de 20 heures (Tableau 1-énoncé) pour le bassin de la Broye. Les données de cet exercice sont aussi regroupées dans le fichier Excel « HA0203_enonce.xls ». Le corrigé de l'exercice se trouve également dans un document Excel « HA0203_corrige.xls ».

Question 1a. Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice ϕ

⦿ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice ϕ

L'hypothèse principale des méthodes employées ci-après est de considérer que la lame nette précipitée est égale à la lame ruisselée. Connaissant la lame ruisselée, la méthode de l'indice ϕ consiste à trouver la valeur de l'intensité pluviométrique limite au-delà de laquelle toute la lame précipitée participe au ruissellement (i.e. vérifier l'égalité « lame nette précipitée=lame ruisselée »)

Pratiquement, la valeur de l'indice ϕ est déterminée par itérations successives, en estimant le nombre M d'intervalles Δt de pluie qui contribue à l'écoulement direct en ajustant ϕ et le nombre d'intervalles M de façon à ce que la quantité du ruissellement direct R soit égale à la pluie nette.

$$R = \sum_{1}^{M}\left(P_M - \phi\Delta t\right) \quad (1)$$

⦿ Démarche et résultats

Etape 1 : Estimation de l'indice ϕ par itérations successives

- Choisir un premier intervalle de temps (pour lequel l'intensité de la pluie est maximale)
- On choisit M=1, P_1= 5.2 mm et Δt=1 heure. On calcule l'indice possible ϕ, d'après l'équation (1) sachant que R= 0.28×P_{totale} (en mm) :

$\phi = \dfrac{P_1 - R}{\Delta t} = \phi = \dfrac{5.2 - 9.21}{1} = -4$ mm/h <0. Cette valeur négative est impossible car elle n'a pas de signification physique.

- On choisit M=2, P_2= 9.7 mm, Δt=2 heures

$\phi = \dfrac{9.7 - 9.21}{2} = 0.2$ mm/h <0. Cette valeur pourtant positive est impossible car l'égalité de départ « lame nette précipitée (calculé avec l'indice ϕ obtenu) égale à la lame ruisselée » n'est pas vérifiée.

- On choisit M=3, P_3= 13.3 mm, Δt=3 heures

ϕ = 1.4 mm/h. Cette valeur pourtant positive est impossible (voir ci-dessus)

- On choisit M=4, P_4= 18.1 mm, Δt=4 heures

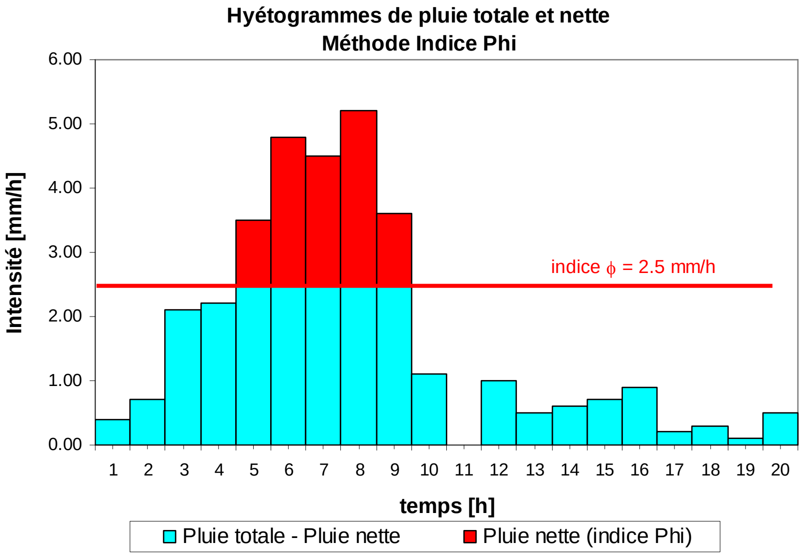
ϕ = 2.2 mm/h. Cette valeur pourtant positive est impossible (voir ci-dessus).

- On choisit M=5, P5= 21.6 mm, Δt=5 heures

ϕ = 2.5 mm/h. Cette valeur est correcte car l'égalité de départ « lame nette précipitée égale à la lame ruisselée » est vérifiée. On a donc : i_{limite} = **2.5 mm/h**

Etape 2 : Calcul de la pluie nette.

Pour tous les intervalles où $P > \phi\Delta t$, on calcule la pluie nette en soustrayant la quantité de pluie $\phi\Delta t$ à chaque incrément de pluie totale (on néglige donc tous les intervalles où $P < \phi\Delta t$).

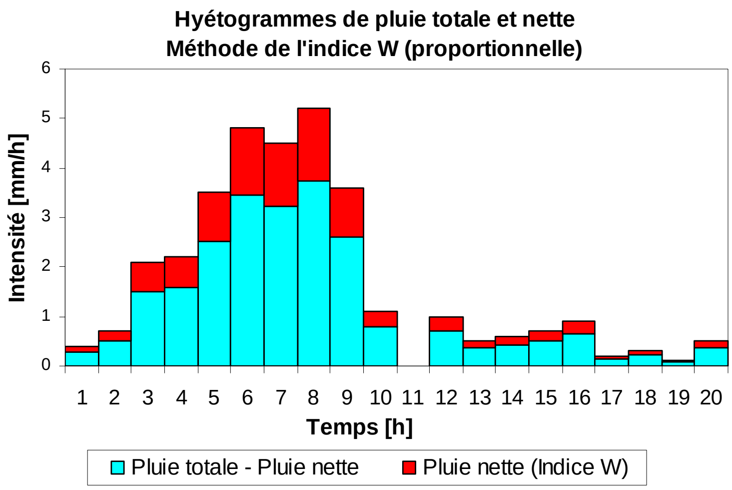


Question 1b. Calcul de la pluie nette par la de l'indice W

☉ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice W

La méthode de l'indice *W* revient simplement à multiplier chaque incrément de pluie par le coefficient de ruissellement valant ici 0.28. La méthode de l'indice W minimum fait en plus intervenir des pertes initiales (I_a=2.5 mm)

☉ Résultats



Question 1c. Calcul de la pluie nette par la méthode du Curve Number

☉ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode du Curve Number

L'hypothèse principale de la méthode SCS est que le rapport des pertes réelles sur les quantités d'eau ruisselées est égal au rapport des pertes maximales potentielles sur le ruissellement maximum potentiel.

Ceci peut s'écrire simplement comme suit :

$$\frac{P_n}{P - P_n - I_a} = \frac{P - I_a}{S} \qquad (2)$$

- *P = Précipitation totale (Pluie brute)*
- *I_a = Pertes initiales avant submersion (parfois considérée comme $I_a = 0.2 \cdot S$)*
- *P_n = Pluie nette (Précipitation participant au ruissellement Q)*
- *P-P_n-I_a= Pertes additionnelles. Ce sont les précipitations infiltrées après le début du ruissellement*
- *P-Ia = Ruissellement maximum potentiel*
- *S* = Pertes maximales potentielles

Et la pluie nette P_n (ou le ruissellement *Q*) s'exprime par :

$$P_n = \frac{\left(P - I_a\right)^2}{P + S - I_a} \qquad (3)$$

La connaissance de I_a, *P* et P_n permet de déduire S pour l'évènement donné. Il est encore possible, sur la base des relations précédemment développées, d'établir l'expression du taux d'infiltration. L'infiltration cumulative *I* peut en effet s'écrire :

$$I(t) = \frac{S \cdot (P(t) - I_a)}{P(t) - I_a + S} \qquad (7)$$

- P(t) = *Précipitation totale cumulée au temps t [mm],*
- I(t) = *Infiltration cumulée au temps t [mm],*
- I_a = *Pertes initiales avant submersion [mm],*
- S = *Pertes maximales potentielles [mm].*

Il s'ensuit que le taux d'infiltration *i(t)* s'obtient en dérivant l'équation ci-dessus par rapport à la variable temporelle *t*:

$$i(t) = \frac{dI(t)}{dt} \qquad (8) \quad \text{et} \quad \text{donc} \quad i(t, t + \Delta t) \cdot \Delta t = I(t + \Delta t) - I(t)$$

☉ Démarche et résultats

On est dans un cas où l'on ne connaît ni CN ni S. On connaît en revanche la quantité de pluie nette et on veut connaître la répartition de la pluie nette dans le temps (hyétogramme de pluie nette).

Etape 1 : Estimation des pertes initiales. On fixe pour le bassin considéré des pertes initiales I_a de 2.5 mm.

Etape 2 : Estimation de la lame nette précipitée P_n ou *Q* (déterminée dans la question 1a à partir du coefficient de ruissellement et de la pluie brute). $P_n = Q = 0.28 \times P_{totale} = 9.2$ mm.

Etape 3 : Estimation des pertes maximales potentielles *S* d'après l'équation (3).

$$Q = P_n = \frac{\left(P - I_a\right)^2}{P + S - I_a} \text{ soit } S = \frac{\left(32.9 - 2.5\right)^2}{9.2} - 32.9 + 2.5 = 69.9 \quad mm$$

Même s’il n’est pas nécessaire de le calculer dans cet exercice, on peut estimer le *CN* qui pourrait être utile dans des applications futures. En considérant des conditions antécédentes d'humidité « normales » (équation (4)), l’équation du CN s’écrit :

$$CN(II) = \frac{25400}{S+254} = \frac{25400}{69.9+254} = 78.4$$

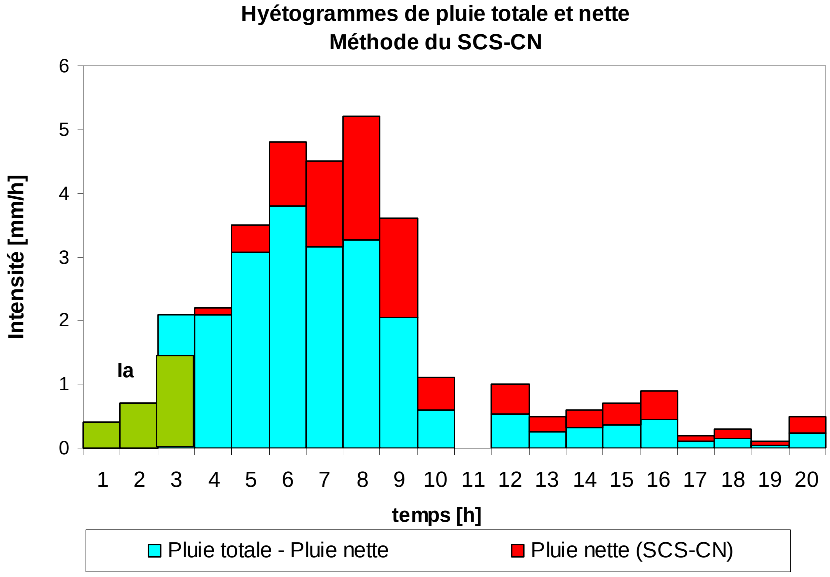
Etape 4 : Déterminer les pertes initiales I_a sur le hyétogramme. On calcule la lame précipitée cumulée d’où l’on déduit les incréments de pertes initiales.

- le premier incrément de pluie totale : lame totale cumulée P = 0.4 mm< I_a (= 2.5 mm), Perte initiale cumulée = 0.4 mm
- pour le deuxième incrément : lame totale cumulée P=0.4 + 0.7 = 1.1 mm< I_a (= 2.5 mm), Perte initiale cumulée = 0.4 + 0.7 = 1.1 mm
- pour le troisième incrément : lame totale cumulée P=0.4 + 0.7 +2.1 = 3.2 mm > I_a (= 2.5 mm), Perte initiale cumulée = 1.1 + 1.4 = 2.5 mm. Pour cet incrément de pluie totale seul 1.4 mm de pluie sont à considérer comme pertes initiales.

Etape 5 : Calcul de l’infiltration cumulée *I*. Une fois que la somme cumulée des pertes initiales atteint la valeur fixée de 2.5 mm (3ème heure), il y a des pertes par infiltration et les valeurs cumulées peuvent être calculées pour chaque incrément de pluie selon l’équation (7).

Etape 6 : Calcul de la pluie nette. La lame nette cumulée s'obtient en soustrayant à la lame brute cumulée, les pertes initiales cumulées et l'infiltration cumulée. On en déduit les incréments de pluie nette (en mm/h).

temps [h]	**intensité totale** [mm/h]	**lame brute cumulée** [mm]	**pertes initiales cumulées** [mm]	**infiltration cumulée** [mm]	**lame nette cumulée** [mm]	**intensité nette** [mm/h]
1	0.4	0.4	0.4	-	0.0	0.0
2	0.7	1.1	1.1	-	0.0	0.0
3	2.1	3.2	2.5	0.7	0.01	0.0
4	2.2	5.4	2.5	2.8	0.1	0.1
5	3.5	8.9	2.5	5.9	0.5	0.4
6	4.8	13.7	2.5	9.7	1.5	1.0
7	4.5	18.2	2.5	12.8	2.9	1.3
8	5.2	23.4	2.5	16.1	4.8	1.9
9	3.6	27.0	2.5	18.1	6.4	1.5
10	1.1	28.1	2.5	18.7	6.9	0.5
11	0.0	28.1	2.5	18.7	6.9	0.0
12	1.0	29.1	2.5	19.3	7.3	0.5
13	0.5	29.6	2.5	19.5	7.6	0.2
14	0.6	30.2	2.5	19.8	7.9	0.3
15	0.7	30.9	2.5	20.2	8.2	0.3
16	0.9	31.8	2.5	20.6	8.7	0.4
17	0.2	32.0	2.5	20.7	8.8	0.1
…	…	…	…	…	…	…



Question 2. Calcul de la pluie nette en utilisant la fonction d'infiltration de Horton

⦿ Méthode à appliquer : Méthode de Horton déduite du processus d'infiltration

La méthode de Horton fait l'hypothèse que le **ruissellement de surface apparaît dès que l'intensité de précipitation dépasse la capacité d'infiltration du sol**. Cette méthode considère que toute les pertes à l'écoulement de surface sont dues à l'infiltration (l'interception et le stockage dans les dépressions sont considérés comme négligeables).

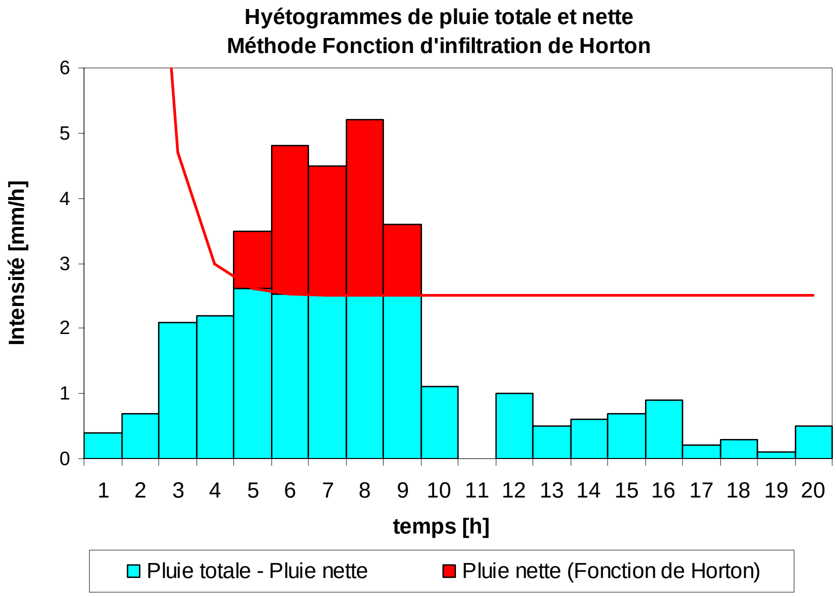
La méthode de Horton permet ainsi de calculer la pluie nette (et sa répartition dans le temps) à partir de la pluie totale et des pertes par infiltration. Ces dernières sont déterminées à partir d'une relation empirique qui exprime une décroissance de l'infiltration en fonction du temps à partir d'une valeur initiale (soit exponentiellement, soit comme une fonction quadratique du temps) qui tend vers une valeur limite, en général K_s mais pouvant être proche de zéro. Selon Horton, la capacité d'infiltration (ou taux d'infiltration) s'exprime comme suit :

$$i(t) = i_f + (i_0 - i_f) \cdot e^{-\gamma \cdot t} \quad (1)$$

i(t) : capacité d'infiltration au temps t [mm/h],
i_o :capacité d'infiltration initiale [mm/h],
i_f : capacité d'infiltration finale [mm/h],
t : temps écoulé depuis le début de l'averse [h],
γ: constante empirique, fonction de la nature du sol [min^{-1}].

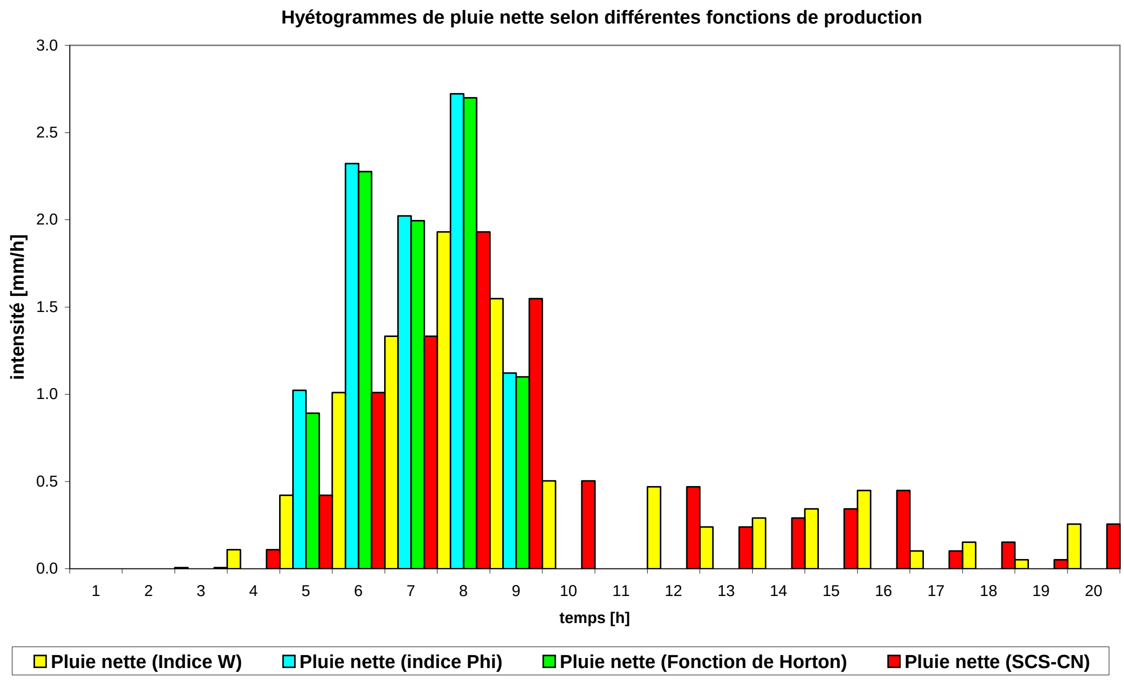
⦿ Résultats :

A partir de l'équation de Horton et des données du bassin il est facile de calculer l'évolution de la capacité d'infiltration *i* en fonction du temps et d'en déduire la pluie nette.



Question 3. Comparaison de la distribution temporelle de la pluie en utilisant les différentes proposées

Faire un graphique sur lequel on superpose les 4 hyétogrammes obtenus précédemment.



La méthode du ϕ constant ne tient pas compte des premiers pas de temps, de même qu'elle néglige la fin de l'averse, et donc se concentre sur le pic de la pluie (c'est également le cas si l'on utilise la fonction d'infiltration de Horton).

La méthode du Curve Number et la méthode proportionnelle (indiceW) tiennent mieux compte de la durée de la pluie : la pluie nette est présente tout au long de l'événement pluvieux et notamment dans la partie finale de l'averse. Ces deux méthodes semblent ainsi plus réalistes puisque le ruissellement intervient lorsque la capacité d'infiltration du sol est réduite, ce qui est le cas vers la fin d'averses conséquentes.