

Exercice n° HA 0205/ HG 0604 - Corrigé

Estimation de la lame infiltrée à la suite d'une averse à l'aide de la méthode Green et Ampt

Données de l'exercice :

On dispose d'une pluie brute (Tableau 2-énoncé) et des caractéristiques physiques du sol limono-sableux sur lequel elle tombe (Tableau 1-énoncé). Ces données sont également disponibles dans un fichier Excel « HA0205_enonce.xls ». Le corrigé de l'exercice est aussi dans un fichier Excel « HA0205_corrige.xls ».

Question 1. Estimation du temps de submersion (pluie d'intensité constante)

☉ Méthode à appliquer : Formule de Green et Ampt et définition du temps de submersion

Le modèle de Green et Ampt décrit d'une manière simplifiée le mouvement de l'eau dans le sol, en particulier au niveau du front d'humidification. Il est basé sur la loi de Darcy et l'équation de continuité ; il inclut les paramètres hydrodynamiques du sol tel que la conductivité hydraulique. L'infiltration verticale selon le modèle de Green et Ampt s'exprime comme suit :

$$f = K \left(\frac{\psi \Delta \theta}{F} + 1 \right) \quad (1)$$

K : conductivité hydraulique du sol,
ψ : succion au droit du front d'humectation,
$\Delta \theta$: différence entre l'humidité à saturation et l'humidité au début de l'averse.

Le temps de submersion correspond au temps à partir du quel l'intensité des précipitations est supérieure à la capacité d'infiltration du sol. L'excédent d'eau s'accumule alors en surface ou dans les dépressions formant des flaques, ou bien encore s'écoule en suivant les dénivelés topographiques.

La détermination du seuil de submersion t_s consiste à chercher un temps pour lequel la fonction d'infiltration du sol f égale l'intensité des précipitations i , c'est à dire $f = i$.

☉ Démarche et résultats :

Etape 1. Estimer les paramètres manquant de l'équation (1) : $\Delta \theta = 35 - 14 = 21$ [%]

Etape 2. On fait l'hypothèse que la submersion survient au temps t_s pour lequel $f = i$.

Etape 3. Pour faire intervenir le temps dans l'équation (1), on sait que jusqu'à la submersion, le sol aura absorbé toute l'eau précipitée. On peut donc exprimer la lame infiltrée cumulée F au temps t_s en fonction du temps t_s et de l'intensité $f = i$ comme suit : $F = t_s \times i$.

Etape 4. En remplaçant cette expression dans l'équation (1) de Green et Ampt, on obtient :

$$t_s = \frac{K \psi \Delta \theta}{i(i - K)} t_s = \frac{8 \text{ mm/h} * 88 \text{ mm} * 0.6 * 0.35}{15 \text{ mm/h} * (15 \text{ mm/h} - 8 \text{ mm/h})} = 1.41 \text{ h}$$

Question 2. Estimation de la lame infiltrée (pluie d'intensité variable)

⊙ Méthode à appliquer : Méthode de Green et Ampt

La méthode de Green et Ampt permet de calculer les pertes par infiltration connaissant la pluie brute et les paramètres de l'infiltration. Pour un intervalle de temps t à Δt pour lequel l'intensité de la pluie i est constante, les principes de base de la méthode de Green et Ampt sont :

- Au temps $t+\Delta t$, le taux d'infiltration potentiel $f(t+\Delta t)$ est calculé à partir de l'infiltration cumulée $F(t+\Delta t)$ selon l'équation (1).
- En l'absence de submersion tout au long de l'intervalle de temps ($f(t) > i(t)$), l'infiltration cumulative $F(t+\Delta t)$ est calculée à partir de la pluie cumulée $I(t+\Delta t)$.
- Lorsque le taux d'infiltration potentiel $f(t)$ au début de l'intervalle est plus petit ou égal à l'intensité de la pluie $i(t)$, il y a submersion. Le sol ne peut plus absorber toute la précipitation, et il faut calculer l'infiltration cumulée à la fin de l'intervalle $F(t+\Delta t)$ avec une intégration de la formule de Green et Ampt qui tient compte de la lame infiltrée cumulée aux pas de temps précédent $F(t)$ et qui s'exprime comme suit :

$$F_{t+\Delta t} = F_t + K\Delta t + \psi\Delta\theta \ln\left(\frac{F_{t+\Delta t} + \psi\Delta\theta}{F_t + \psi\Delta\theta}\right) \quad (2)$$

Cette relation n'est pas linéaire et peut être résolue de proche en proche, en prenant dans le terme de droite une valeur « a priori » de $F(t+\Delta t)$. On calcule alors à l'aide de l'équation (2) une nouvelle valeur « a posteriori » de $F(t+\Delta t)$, et ainsi de suite jusqu'à ce que la valeur de $F(t+\Delta t)$ converge vers une valeur constante. On peut prendre la valeur du produit $K\Delta t$ comme première valeur expérimentale pour $F(t+\Delta t)$.

Il s'agit donc de comparer pour chaque début d'intervalle f avec l'intensité de la pluie i , pour voir si le sol est capable d'absorber la pluie qui tombe. Les trois cas qui peuvent se produire sont détaillés dans le diagramme ci-dessous.

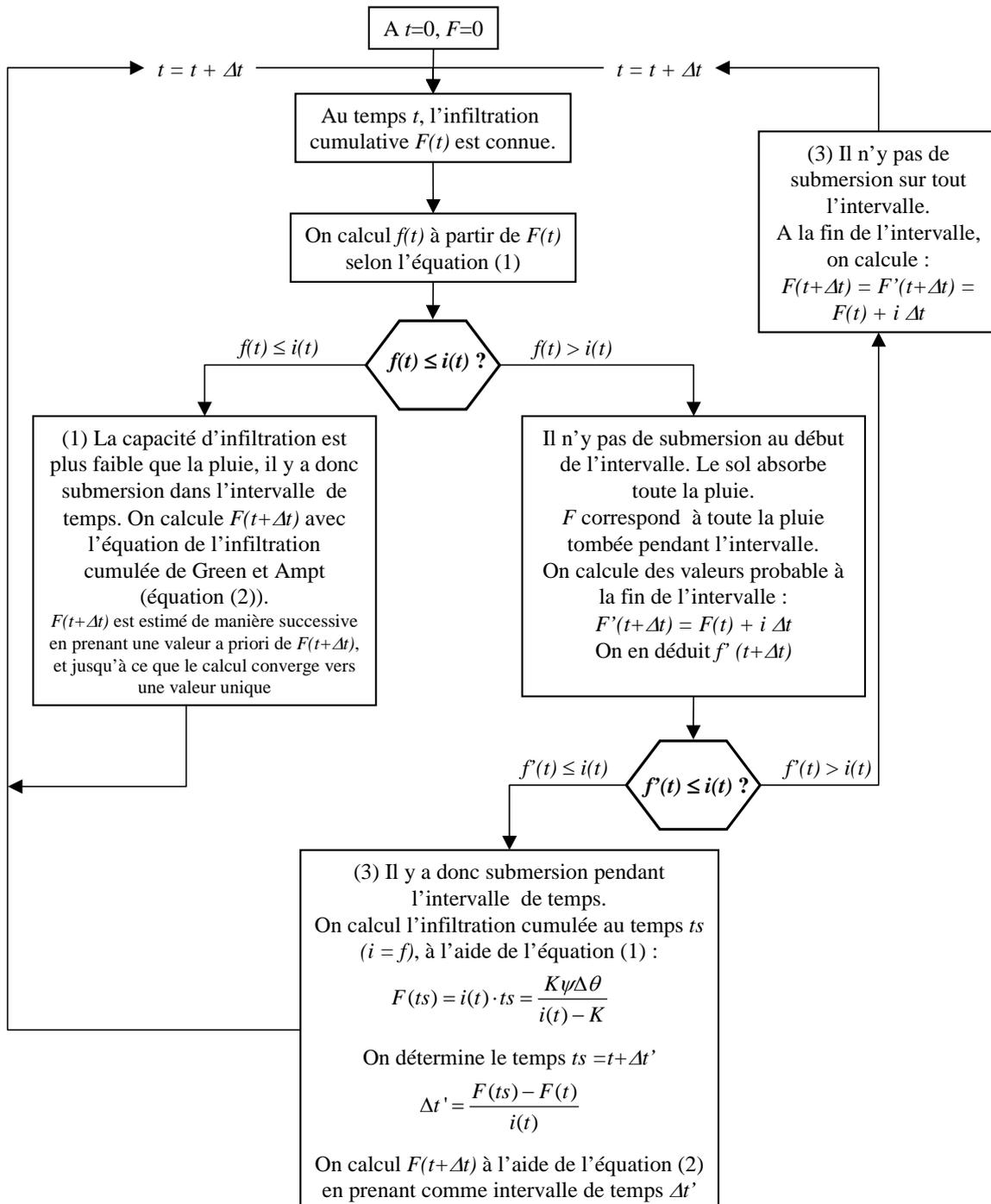
⊙ Démarche et Résultats :

Étape 1. Calcul de l'intensité i de la pluie en divisant la lame précipitée sur un intervalle par la durée de l'intervalle en heures.

Temps [min]	i [mm/h]	1ere étape			2eme étape			Final		
		F [mm]	f [mm/h]	$f \leq i ?$	F [mm]	f [mm/h]	f [mm/h]	F [mm]	f [mm/h]	
0	0	0	infinie				0.0	infinie		
10	3.0	0.5	303.7	$f > i$			0.5	303.7		
20	9.6	2.1	78.4	$f > i$			2.1	78.4		
30	13.8	4.4	41.6	$f > i$			4.4	41.6		
40	17.4	7.3	28.3	$f > i$			7.3	28.3		
50	25.2	11.5	20.9	$f < i$	11.3	21.1	$f < i$	11.3	21.1	$F_{t+\Delta t}$ "final" 11.3
60	29.4	16.4	17.0	$f < i$	14.5	18.2	$f < i$	14.5	18.2	14.5
70	42.6	23.5	14.3	$f < i$	17.4	16.5	$f < i$	17.4	16.5	17.4
80	33.6	29.1	13.1	$f < i$	20.1	15.4	$f < i$	20.1	15.4	20.1
90	24.0	33.1	12.5	$f < i$	22.6	14.6	$f < i$	22.6	14.6	22.6
100	12.6	35.2	12.2	$f < i$	24.9	13.9	$f > i$	24.7	13.9	24.9
110	9.6	36.8	12.0	$f > i$				26.3	13.6	
120	3.6	37.4	12.0	$f > i$				26.9	13.5	

Etape 2 . Pour le pas de temps « zéro », F est nul (le sol n'a encore rien absorbé car la pluie est en train de commencer) et donc f est infini. F correspond donc à toute la pluie tombée pendant ces 10 minutes, i.e. $F = i\Delta t$. La capacité d'infiltration f se calcule avec la formule (1) de Green et Ampt.

Etape 3 . Ensuite pour chaque début intervalle, on compare la valeur obtenue de f avec l'intensité de la pluie i et on applique la procédure du diagramme 1.



Question 3. Détermination de la pluie nette et du coefficient de ruissellement

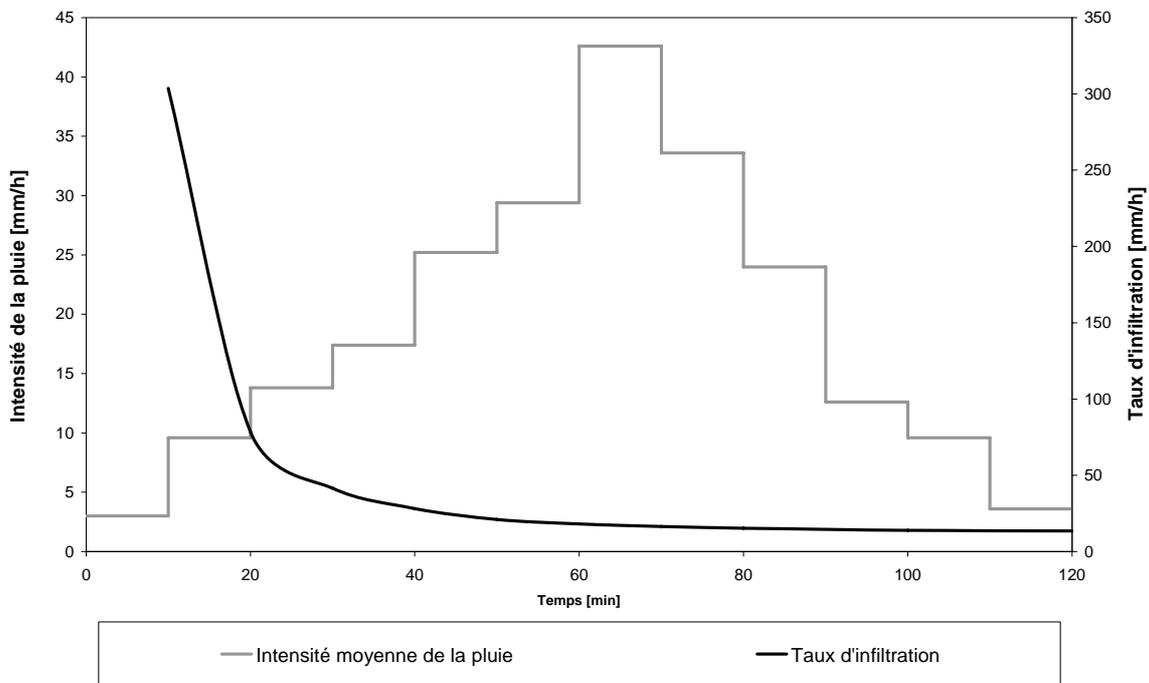
☉ Méthode à appliquer : faire l'hypothèse que toute les pertes sont dues à l'infiltration.

La pluie nette est la quantité de pluie restante, déduction faite de la perte par interception, du stockage dans les dépressions, de l'infiltration et de l'évaporation). Cette pluie nette provoque l'écoulement de surface ou écoulement direct (mesuré à l'exutoire). Le coefficient de ruissellement Cr est le rapport entre la pluie nette P_n et la pluie brute P_b .

Dans la question 2, nous avons calculé les pertes par infiltration à l'aide de la méthode de Green et Ampt. Afin de connaître la pluie nette et calculer le coefficient de ruissellement, nous faisons l'hypothèse que toute les pertes sont dues à l'infiltration. La méthode de détermination de la pluie nette à partir des équations d'infiltration néglige donc les pertes par interception, par stockage dans les dépressions, et dues à l'évaporation.

☉ Résultats :

On peut représenter sur un même graphique, le hyétogramme et la courbe décroissante du taux d'infiltration f . Le seuil de ruissellement ou de submersion (lorsque $f > i$) est bien marqué. Ce seuil délimite donc la pluie nette.



Finalement, la différence entre les valeurs cumulées de la pluie et de l'infiltration permet de déterminer la quantité ruisselée, et d'en déduire le coefficient de ruissellement. On obtient :

$$Cr = \text{pluie nette} / \text{pluie brute} = (37,4 - 26,9) / 37,4 = 28 \%$$