

Exercice n° HA 0210 - Corrigé

Différentes fonctions de production appliquées à une pluie de projet dérivée des courbes IDF – Application au bassin de l'Arbogne (FR/VD, Suisse)

Données de l'exercice :

L'exercice porte sur la pluie de projet de temps de retour $T=20$ ans et d'une durée de 10 heures à calculer pour le bassin de l'Arbogne (canton de Fribourg et Vaud, superficie de 69.7 km^2) à partir de la norme SNV (Tableau 1-énoncé). Le corrigé de l'exercice se trouve également dans un document Excel « HA0210_corrige.xls ».

Question 1 : Construction d'une pluie de projet dérivant des courbes IDF.

⊙ Méthode à appliquer : Méthode composite

L'utilisation des courbes « Intensité – Durée – Fréquence » pour construire une pluie de projet est une des méthodes les plus aisées. Le plus souvent, l'hydrologue dispose de courbes IDF pré-établies pour le bassin ou la région qu'il étudie et n'a pas à se soucier de les construire.

Pour passer de ces courbes représentant l'intensité pluviométriques i en fonction de la durée de l'averse et de son temps de retour T , à une structure de pluie, d'une durée totale $n\Delta t$ et de temps de retour T choisis, il est nécessaire de recourir à plusieurs étapes (cf. ci-dessous).

La particularité fondamentale de l'averse composite est que les intensités maximales moyennes sur n'importe quelle durée sont identiques à celles lues sur la courbe IDF pour la même durée. On commencera donc par déterminer une durée totale de l'averse afin de pouvoir construire le hyétogramme. L'averse composite ainsi obtenue présente un hyétogramme décroissant dans le temps. Cette forme peu fréquente peut être "réarrangée"; par exemple en situant la pointe d'intensité au centre et les intensités décroissantes placées alternativement avant et après la pointe.

⊙ Démarche et résultats :

Étape 1 : Choix d'une durée de la pluie totale $n\Delta t$, d'un intervalle de temps Δt , et d'un temps de retour T . D'après l'énoncé, on choisit :

$$\Delta t = 1 \text{ heure} ; n\Delta t = 10 \text{ heures et } T = 20 \text{ ans.}$$

Étape 2 : Calcul des intensités moyennes maximales correspondant à des durées de 1 à 10 heures, selon la formule de la norme SNV et un temps de retour $T=20$ ans (calcul à partir des coefficients K et B correspondants). Pour avoir des intensités exprimées en mm/h, il faut multiplier par 0.36 les intensités en l/s/ha. Tableau 1 – colonne 2.

Par exemple, pour les deux premiers pas de temps, on a :

$$i_{(60,20)} = \frac{K_{20}}{B_{20} + t} = \frac{6200}{12 + 60} \cdot 0,36 = 31,0 \text{ mm/h}$$
$$i_{(120,20)} = \frac{K_{20}}{B_{20} + t} = \frac{6200}{12 + 120} \cdot 0,36 = 16,9 \text{ mm/h}$$

Etape 3 : Calcul des lames précipitées cumulées (en mm) durant 1, 2... 10 heures en multipliant les intensités des précipitations (en mm/h) par la durée de pluie (en h) correspondante. Tableau 1 – colonne 3.

Etape 4 : Calcul des incréments de pluie pour chaque pas de temps à partir de la pluie cumulée. En soustrayant deux valeurs successives de pluie cumulée, on obtient la lame effectivement précipitée durant le pas de temps (en mm). Tableau 1 – colonne 4.

Etape 5 : Calcul des intensités "composites" (en mm/h) pour chaque intervalle de temps en divisant la lame précipitée (en mm) sur le pas de temps par la durée de ce dernier (ici 1 heure). Tableau 1 – colonne 5.

Etape 6 : Réarrangement du hyétogramme obtenu. La structure temporelle de cette pluie peut être modifiée pour avoir une structure plus réaliste. Tableau 1 – colonne 6.

L'analyse des structures d'averses « longues » montre que l'intensité maximale se situe généralement près de la moitié de l'averse, mais dans la seconde partie de celle-ci : l'intensité de 31.0 mm/h peut donc être placée durant la 6^{ème} heure par exemple, alors que les autres intensités sont alternativement placées à gauche et à droite de l'intensité maximale.

Il est à noter que cette manière de réorganiser les intensités au cours de l'averse débouche sur une structure similaire à celle obtenue par la méthode dite « de Chicago ».

Tableau 1 : Etapes de calcul et estimation d'une pluie de projet par la méthode « composite »

temps [h]	intensité [mm/h]	lame précipitée cumulée [mm]	incrément de pluie [mm]	intensité "composite" [mm/h]	intensité "composite" réorganisée [mm/h]
1	31.0	31.0	31.0	31.0	0.1
2	16.9	33.8	2.8	2.8	0.1
3	11.6	34.9	1.1	1.1	0.2
4	8.9	35.4	0.6	0.6	0.6
5	7.2	35.8	0.3	0.3	2.8
6	6.0	36.0	0.2	0.2	31.0
7	5.2	36.2	0.2	0.2	1.1
8	4.5	36.3	0.1	0.1	0.3
9	4.0	36.4	0.1	0.1	0.2
10	3.6	36.5	0.1	0.1	0.1

⊙ **Attention!**

Dans la formule qui donne l'intensité pluviométrique moyenne maximale d'une pluie de durée t pour un temps de retour T , $i(t, T)$ est en [l/s/ha]. Le facteur de conversion pour passer en [mm/h] est de 0,36.

Attention aux unités !

Question 2a. Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice ϕ

⊙ **Méthode à appliquer :** Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice ϕ

L'hypothèse principale des méthodes employées ci-après est de considérer que la lame nette précipitée est égale à la lame ruisselée. Connaissant la lame ruisselée, la méthode de l'indice ϕ consiste

à trouver la valeur de l'intensité pluviométrique limite au-delà de laquelle toute la lame précipitée participe au ruissellement (i.e. vérifier l'égalité « lame nette précipitée=lame ruisselée »)

Pratiquement, la valeur de l'indice ϕ est déterminée par itérations successives, en estimant le nombre M d'intervalles Δt de pluie qui contribue à l'écoulement direct en ajustant ϕ et le nombre d'intervalles M de façon à ce que la quantité du ruissellement direct R soit égale à la pluie nette.

$$R = \sum_1^M (P_M - \phi \Delta t) \quad (1)$$

⊙ Démarche et résultats

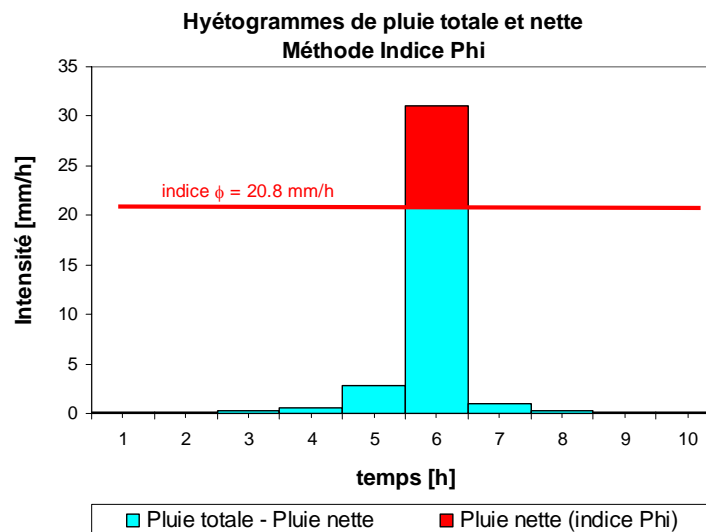
Étape 1 : Estimation de l'indice ϕ par itérations successives

- Choisir un premier intervalle de temps (pour lequel l'intensité de la pluie est maximale)
- On choisit $M=1$, $P_1= 31$ mm et $\Delta t=1$ heure. On calcule l'indice possible ϕ , d'après l'équation (1) sachant que $R= 0.28 \times P_{\text{totale}} = 10.21$ (en mm) :

$\phi = \frac{P_1 - R}{\Delta t} = \phi = \frac{31 - 10.21}{1} = 20,8$ mm/h. Cette valeur est correcte car l'égalité de départ « lame nette précipitée égale à la lame ruisselée » est vérifiée.

Étape 2 : Calcul de la pluie nette.

Pour tous les intervalles où $P > \phi \Delta t$, on calcule la pluie nette en soustrayant la quantité de pluie $\phi \Delta t$ à chaque incrément de pluie totale (on néglige donc tous les intervalles où $P < \phi \Delta t$).

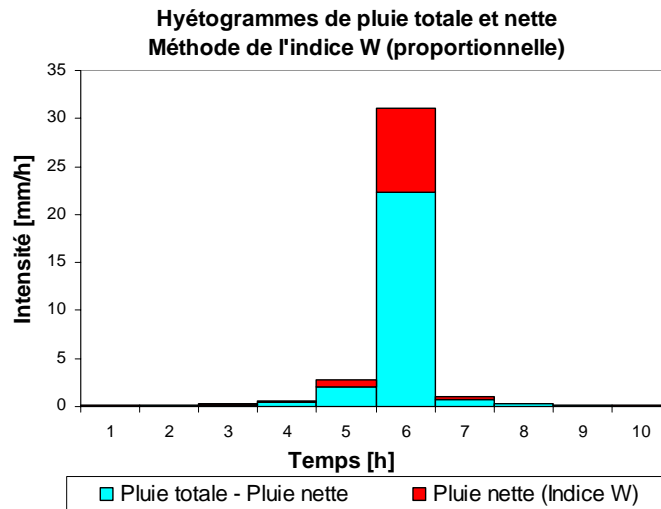


Question 2b. Calcul de la pluie nette par la de l'indice W

⊙ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode de l'indice W

La méthode de l'indice W revient simplement à multiplier chaque incrément de pluie par le coefficient de ruissellement valant ici 0.28.

⊙ Résultats



Question 2c. Calcul de la pluie nette par la méthode du Curve Number

⊙ Méthode à appliquer : Calcul de la pluie nette par la méthode du Curve Number

L'hypothèse principale de la méthode SCS est que le rapport des pertes réelles sur les quantités d'eau ruisselées est égal au rapport des pertes maximales potentielles sur le ruissellement maximum potentiel.

Ceci peut s'écrire simplement comme suit :

$$\frac{P_n}{P - P_n - I_a} = \frac{P - I_a}{S} \quad (2)$$

- P = Précipitation totale (Pluie brute)
- I_a = Pertes initiales avant submersion (parfois considérée comme $I_a = 0.2 \cdot S$)
- P_n = Pluie nette (Précipitation participant au ruissellement Q)
- $P - P_n - I_a$ = Pertes additionnelles. Ce sont les précipitations infiltrées après le début du ruissellement
- $P - I_a$ = Ruissellement maximum potentiel
- S = Pertes maximales potentielles

Et la pluie nette P_n (ou le ruissellement Q) s'exprime par :

$$P_n = \frac{(P - I_a)^2}{P + S - I_a} \quad (3)$$

Afin de standardiser les courbes représentant la pluie nette en fonction de la pluie brute, le SCS a introduit un paramètre sans dimension se nommant "Curve Number" (CN). Ce paramètre est normé tel que $0 < CN \leq 100$ et rapporté en unités métriques. Plusieurs expressions de CN ont été obtenues suivant les conditions antécédentes d'humidité. On a ainsi :

a) Conditions normales: $CN(II) = \frac{25400}{S + 254} \quad (4)$

b) Conditions sèches: $CN(I) = fct(CN(II)) \quad (5)$

c) Conditions humides: $CN(III) = fct(CN(II)) \quad (6)$

Enfin, le Soil Conservation Service a établi des relations entre les valeurs du Curve Number en fonction du type et de l'utilisation de différents sols. On en déduit S pour une condition antécédente d'humidité donnée.

Il est encore possible, sur la base des relations précédemment développées, d'établir l'expression du taux d'infiltration. L'infiltration cumulative I peut en effet s'écrire :

$$I(t) = \frac{S \cdot (P(t) - I_a)}{P(t) - I_a + S} \quad (7)$$

- $P(t) =$ Précipitation totale cumulée au temps t [mm],
- $I(t) =$ Infiltration cumulée au temps t [mm],
- $I_a =$ Pertes initiales avant submersion [mm],
- $S =$ Pertes maximales potentielles [mm].

⊙ Démarche et résultats

On est dans un cas où l'on ne connaît ni CN ni S. On connaît en revanche la quantité de pluie nette et on veut connaître la répartition de la pluie nette dans le temps (hyéogramme de pluie nette).

Etape 1 : Estimation des pertes initiales. On fixe pour le bassin considéré des pertes initiales I_a de 2.5 mm.

Etape 2 : Estimation de la lame nette précipitée P_n ou Q (déterminée dans la question 2a à partir du coefficient de ruissellement et de la pluie brute). $P_n = Q = 0.28 \times P_{totale} = 10.21$ mm.

Etape 3 : Estimation des pertes maximales potentielles S d'après l'équation (3).

$$Q = P_n = \frac{(P - I_a)^2}{P + S - I_a} \text{ soit } S = \frac{(36.5 - 2.5)^2}{10.21} - 36.5 + 2.5 = 79 \text{ mm}$$

Etape 4 : Estimation du CN. En considérant des conditions antécédentes d'humidité « normales » (équation (4)), l'équation du CN s'écrit :

$$CN(II) = \frac{25400}{S + 254} = \frac{25400}{79 + 254} \approx 76.3$$

Etape 5 : Déterminer les pertes initiales I_a sur le hyéogramme. On calcule la lame précipitée cumulée d'où l'on déduit les incréments de pertes initiales.

- le premier incrément de pluie totale : lame totale cumulée $P = 0.1$ mm $< I_a (= 2.5$ mm), Perte initiale cumulée = 0.1 mm
- pour le deuxième incrément : lame totale cumulée $P = 0.1 + 0.1 = 0.2$ mm $< I_a (= 2.5$ mm), Perte initiale cumulée = 0.2 mm
- ect...
- pour le cinquième incrément : lame totale cumulée $P = 0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.6 + 2.8 = 3.8$ mm $> I_a (= 2.5$ mm), Perte initiale cumulée = $0.1 + 0.1 + 0.2 + 0.6 + 1.5 = 2.5$ mm. Pour cet incrément de pluie totale seul 1.5 mm de pluie sont donc à considérer comme pertes initiales.

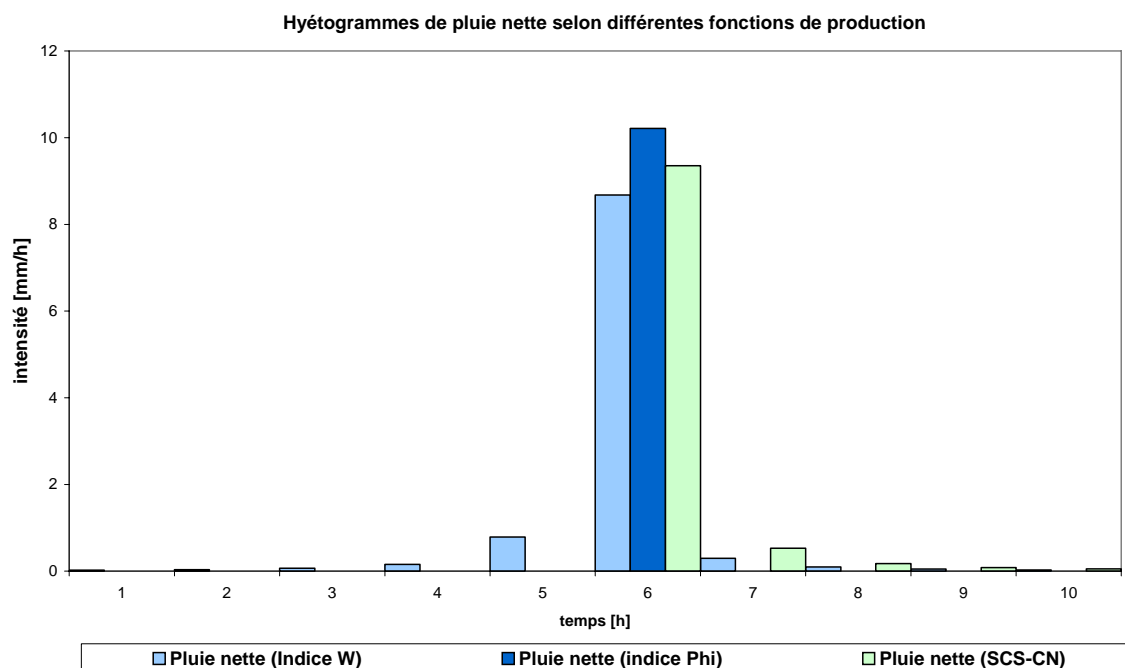
Etape 6 : Calcul de l'infiltration cumulée I . Une fois que la somme cumulée des pertes initiales atteint la valeur fixée de 2.5 mm (5^{ème} heure), il y a des pertes par infiltration et les valeurs cumulées peuvent être calculées pour chaque incrément de pluie selon l'équation (7).

Etape 7 : Calcul de la pluie nette. La lame nette cumulée s'obtient en soustrayant à la lame brute cumulée, les pertes initiales cumulées et l'infiltration cumulée. On en déduit les incréments de pluie nette (en mm/h).

temps [h]	intensité totale [mm/h]	lame brute cumulée [mm]	pertes initiales cumulées [mm]	infiltration cumulée [mm]	lame nette cumulée [mm]	intensité nette [mm/h]
1	0.1	0.1	0.1			0.00
2	0.1	0.2	0.2			0.00
3	0.2	0.4	0.4			0.00
4	0.6	1.0	1.0			0.00
5	2.8	3.8	2.5	1.3	0.02	0.02
6	31.0	34.8	2.5	22.9	9.37	9.35
7	1.1	35.9	2.5	23.5	9.90	0.53
8	0.3	36.2	2.5	23.6	10.08	0.17
9	0.2	36.4	2.5	23.7	10.16	0.08
10	0.1	36.5	2.5	23.8	10.21	0.05

Question 3. Comparaison de la distribution temporelle de la pluie en utilisant les différentes proposées

Faire un graphique sur lequel on superpose les 3 hyétogrammes obtenus précédemment.



La méthode du ϕ constant ne tient pas compte des premiers pas de temps, de même qu'elle néglige la fin de l'averse, et donc se concentre sur un seul pic de la pluie.

La méthode du Curve Number et la méthode proportionnelle (indice W) tiennent mieux compte de la durée de la pluie : la pluie nette est présente tout au long de l'événement pluvieux pour la méthode W et dans la partie finale de l'averse pour les deux méthodes. Ces deux méthodes semblent ainsi plus réalistes puisque le ruissellement intervient lorsque la capacité d'infiltration du sol est réduite, ce qui est le cas vers la fin d'averses consécutives.