

Exercice n° HA 0304 - Corrigé

Calcul d'une pluie de projet de type « Chicago » - Application à la station de Sousse (Tunisie)

Données de l'exercice :

Les données permettant d'obtenir les courbes Intensité – Durée – Fréquence d'après la formule de Talbot généralisée sont dans le tableau 1-énoncé. Une feuille de calcul Excel à compléter est disponible dans le fichier « HA0304_feuillecalcul.xls ». Le corrigé est aussi disponible dans le fichier Excel « HA0304_corrige.xls ».

Question 1 : Estimation du volume de la pluie de projet (t=120 min et T= 5 ans)

☉ Méthode à appliquer : Courbes « Intensité – Durée – Fréquence »

Les courbes IDF (« Intensité – Durée – Fréquence », établies sur la base de l'analyse d'averses enregistrées à une station au cours d'une longue période, permettent d'une part de synthétiser l'information pluviométrique au droit d'une station donnée et, d'autre part de déterminer des pluies de projet utilisées en modélisation hydrologique. Différentes formules représentant de manière analytique les courbes IDF sont proposées dans la littérature : formule de Talbot généralisée (cf. énoncé), formule de Montana, etc. Elles permettent de calculer l'intensité critique d'une pluie en fonction de sa durée et de son temps de retour.

☉ Résultats et démarche.

Etape 1. Calcul de l'intensité critique d'une pluie de durée 120 min et de temps de retour 5 ans à l'aide de la formule de Talbot généralisée :

$$i_{(120,5)} = \frac{a_5}{(t_d + b_5)^{c_5}} = \frac{5560}{(120 + 40)^{0,98}} = 38.5 \text{ mm/h}$$

Etape 2. Calcul du volume total de la pluie de projet connaissant l'intensité et la durée de la pluie :

$$I_{(120,5)} = 38.5 \cdot 2 = 77 \text{ mm}$$

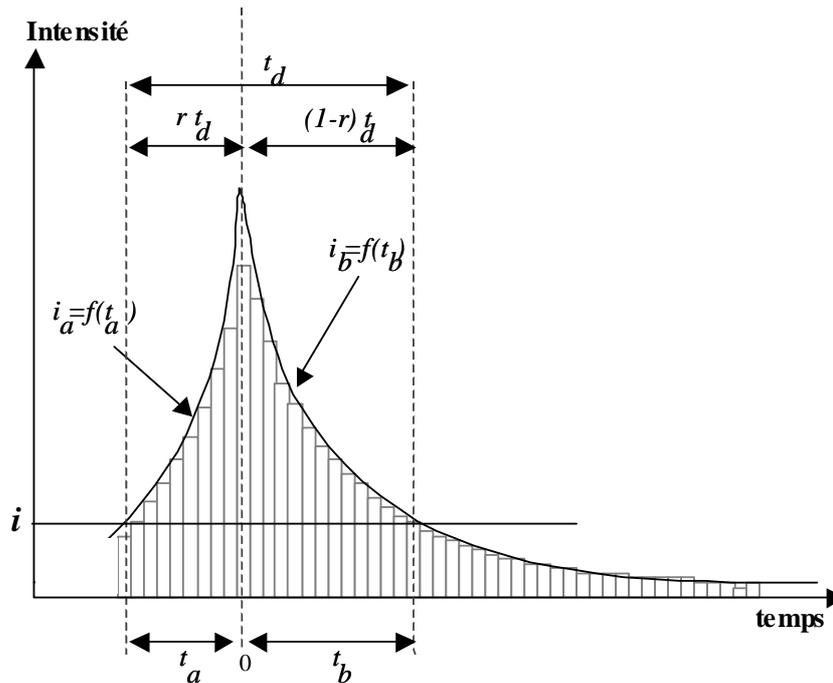
Question 1 : Construction d'une averse de type « Chicago ».

☉ Méthode à appliquer : L'averse de type « Chicago » (« Instantaneous Intensity Method »)

La méthode développée par Keifer et Chu (1957) utilise les courbes « Intensité – Durée – Fréquence » et les équations qui en dérivent pour établir un hyétoGRAMME synthétique à une station donnée. Le hyétoGRAMME proposé est ajusté à deux courbes exponentielles, l'une avant, l'autre après la pointe de l'averse, cette dernière étant définie par un coefficient d'avancement r . Cette méthode a été développée à Chicago -ce qui lui donne son nom- pour la conception d'égout, mais peut facilement être utilisée dans d'autres zones du globe où les enregistrements adéquats de précipitations sont disponibles.

Si l'on considère le hyétoGRAMME suivant (cf. figure).

- Une ligne horizontale (dessinée en gras), représentant une intensité donnée i , coupera le hyétoGRAMME avant et après la pointe d'intensité de l'averse.



- En partant du pic d'intensité comme origine, on définit le temps d'intersection t_a avant le pic d'intensité, et le temps d'intersection t_b après le pic d'intensité. La durée totale entre les deux intersections t_d est égale :

$$t_d = t_a + t_b \quad (1)$$

- On définit le coefficient d'avancement de l'averse r , défini comme le rapport du temps t_a « avant le pic d'intensité » sur la durée totale de l'averse t_d :

$$r = \frac{t_a}{t_d} \quad \text{avec } 0 < r < 1 \quad (2)$$

D'après les équations (1) et (2) on peut écrire :

$$t_d = \frac{t_a}{r} = \frac{t_b}{1-r} \quad (3)$$

Comme le montre la figure, on peut ajuster deux courbes exponentielles, $i_a = f(t_a)$ et $i_b = f(t_b)$, au hyétogramme précédent, où i_a , et i_b représentant respectivement l'intensité avant et après le pic d'intensité.

La pluie totale I pendant la durée t_d s'exprime donc par :

$$I = \int_0^{t_a} f(t_a) dt_a + \int_0^{t_b} f(t_b) dt_b = \int_0^{r \cdot t_d} f(t_a) dt_a + \int_0^{(1-r) \cdot t_d} f(t_b) dt_b \quad (4)$$

Cette dernière expression nous permet d'obtenir l'intensité de la pluie avant et après l'intensité maximale. En effet, on a $f(t_a) = f(t_b) \forall t_d$, et on ainsi, d'après l'équation (4), on peut écrire :

$$\frac{dI}{dt_d} = f(t_a) = f(t_b) \quad (5)$$

Si l'on considère la valeur i_{moy} , comme l'intensité moyenne de la pluie durant t_d (qui n'est autre que la ligne horizontale en gras) on a alors :

$$I = i_{moy} \cdot t_d \quad (6)$$

et ainsi :

$$\frac{di}{dt_d} = t_d \cdot \frac{di_{moy}}{dt_d} + i_{moy} = f(t_a) = f(t_b) \quad (7)$$

Il est alors possible de développer un hyétogramme synthétique de ce type en définissant la valeur i_{moy} , d'après la relation de Talbot généralisée. En substituant cette intensité dans l'équation (7) on montre que l'intensité i pour laquelle la ligne (en gras) intercepte le hyétogramme pour une durée t_d est donnée par :

$$i = \frac{a[(1-c)t_d + b]}{(t_d + b)^{(c+1)}} \quad (8)$$

Les équations pour les intensités i_a et i_b (avec les temps relatifs t_a et t_b avant et après la pointe de l'averse) sont obtenues en substituant t_d dans (8) et en utilisant (3). On obtient les équations (9) et (10) :

$$i_a = \frac{a \left[(1-c) \frac{t_a}{r} + b \right]}{\left(\frac{t_a}{r} + b \right)^{(c+1)}} \quad (9) \quad i_b = \frac{a \left[(1-c) \frac{t_b}{1-r} + b \right]}{\left(\frac{t_b}{1-r} + b \right)^{(c+1)}} \quad (10)$$

⊙ Démarche et résultats :

Etape 1 : Choix du coefficient d'avancement de la pluie r et calcul du temps de pointe.

On peut choisir une pointe d'intensité qui se situe au milieu de la pluie, ce qui équivaut à $r=0.5$. Pour une pluie de 120 min cela signifie que la pointe d'intensité se situe au temps de pointe t_p suivant (mesurée depuis le début de la pluie) : $t_p = 120 \times r = 60$ min.

On peut à partir de ce temps établir la colonne 1 du tableau (temps réels) en choisissant un pas de 10 min.

Etape 2 : Calcul des temps relatifs t_a et t_b en prenant comme nouvelle origine des temps t_p . La colonne 2 du tableau suivant montre les temps relatifs t_a et t_b , avant et après la pointe d'intensité (au pas de temps de 10 min).

Etape 3 : Calcul des intensités instantanées i_a et i_b relatives aux temps t_a et t_b et d'après les équation (9) et (10).

Par exemple, pour $t=50$ min (avant le pic d'intensité), $t_a=60-50=10$ min et $t_d=t_a/r=10/0.5=20$ min et ainsi :

$$i = i_a = \frac{5560 \left[(1-0.98)20 + 40 \right]}{(20 + 40)^{(0.98+1)}} = 67.7 \text{ mm/h}$$

Les valeurs d'intensités, calculées de manière similaire pour les autres intervalles (avant ou après la pointe d'intensité), sont présentées dans la colonne 3 du tableau.

Etape 5 : Calcul des intensités moyennes sur les intervalles de temps et construction d'un hyétogramme.

Les intensités obtenues dans la colonne 3 sont des intensités instantanées. Il est alors possible de calculer la lame précipitée sur chaque intervalle en faisant le produit de l'intensité moyenne calculées sur deux intervalles successifs par la durée de cet intervalle. On obtient ainsi des incréments de pluie pour chaque intervalle en mm (colonne 5).

La somme de tous les incréments de précipitations donnent la lame précipitée totale, soit 80.8 mm, ce qui est légèrement supérieure au calcul de la question 1 (avec les IDF). Ceci est en fait dû à la

discrétisation utilisée pour calculer les incréments de pluies. Un pas de temps plus faible (par exemple 2 min) minimiserait cette différence.

	Temps [min]	Temps relatif t_a et t_b [min]	t_d [min]	Intensité instantanée [mm/h]	Incrément de pluie mm
t_a	0	60	120	10.2	
	10	50	100	13.2	1.9
	20	40	80	17.7	2.6
	30	30	60	25.1	3.6
	40	20	40	38.7	5.3
t_b	50	10	20	67.7	8.9
	60	0	0	149.6	18.1
	70	10	20	67.7	18.1
	80	20	40	38.7	8.9
	90	30	60	25.1	5.3
	100	40	80	17.7	3.6
	110	50	100	13.2	2.6
	120	60	120	10.2	1.9

Lame totale= 80.8 [mm]

La figure suivante montre l'influence du choix de r sur la forme de l'averse : on peut ainsi voir que le coefficient r agit sur la position de la pointe de l'intensité de la pluie de projet mais sur sa magnitude.

