

## Exercice n° HA 0410

### Construction et calage d'un modèle de transfert basé sur une cascade de $n$ réservoirs linéaires ayant un coefficient de stockage $K$ identique – Application au bassin versant de la Bibera (FR, BE, Suisse)

#### Avant propos

Le bassin versant de la Bibera (surface de  $50.1 \text{ km}^2$ ) fait l'objet de mesures de lutte contre les inondations. Votre bureau d'étude est mandaté pour faire l'étude hydrologique préliminaire qui consiste à établir un débit de projet afin de dimensionner les différents ouvrages hydrauliques. L'estimation de ce débit requiert notamment la détermination d'une fonction de transfert permettant de transformer la pluie nette en hydrogramme de ruissellement. Pour cette dernière, votre choix se portera sur un modèle de transfert basé sur une cascade de  $n$  réservoirs linéaires.

#### Objectifs de l'exercice :

- Construire un modèle de transfert basé sur une cascade de  $n$  réservoirs linéaires ayant un coefficient de stockage  $K$  identique.
- Caler les paramètres de la fonction de transfert à l'aide de différentes fonctions-critères (critère de Nash, somme des moindres carrés, ect.).

#### Questions

En utilisant la série d'observations concomitantes pluie – débit ruisselé *a priori* représentative du bassin étudié, on vous demande de répondre aux questions suivantes :

**Question 1.** Construire un modèle de transfert basé sur une cascade de  $n$  réservoirs linéaires ayant un coefficient de stockage  $K$  identique. Pour cela :

- Estimer la lame ruisselée (séparation des écoulements par la méthode graphique).
- Déterminer la répartition temporelle de la pluie nette (on prendra la fonction de production du Phi constant avec des pertes initiales de 1.5 mm),
- Etablir le modèle de transfert basé sur une cascade de  $n$  réservoirs linéaires ayant un coefficient de stockage  $K$  identique (cf. rappel 1). Construction de l'hydrogramme résultant de la pluie nette avec le modèle.
- Ajuster « manuellement » les valeurs de  $n$  (nombre entier) et  $K$  en vous reposant sur le critère visuel (ajustement des courbes des débits observés et simulés).

**Remarque :** Si l'on souhaite comparer l'hydrogramme observé à celui simulé, il est nécessaire d'estimer le débit de base que l'on additionne à l'hydrogramme simulé de ruissellement.

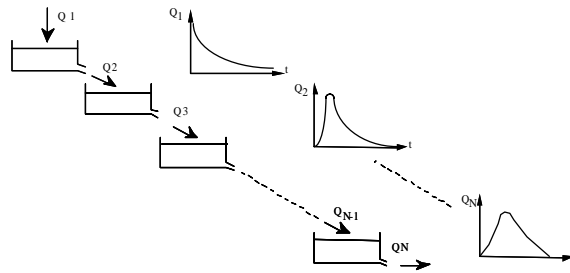
**Question 2.** Rechercher les valeurs (i.e l'intervalle) optimales des paramètres  $n$  et  $K$  selon la fonction-objectif retenue pour cet événement. On vous suggère de faire varier  $n$  entre 1 et 3 (nombre entier), respectivement  $K$  entre 60 et 1400 minutes, par incrément de 15 minutes puis de calculer pour chaque couple ( $n, S$ ) la valeur de la fonction-critère. Dès lors il est possible de représenter graphiquement, pour  $n = 1, 2$  et 3, la relation entre la valeur de la fonction-critère et la valeur de  $S$ .

## Données de l'exercice :

L'exercice porte sur l'événement pluie nette/débit observés du 17 au 20 février 1995 à l'exutoire du bassin de la Bibera (les données de pluies proviennent de la station ANETZ n°53 de Bern-Liebefeld). Ces données sont regroupées dans le fichier Excel « HA0410\_enonce.xls ». Une feuille de calcul Excel à compléter est aussi disponible dans le fichier « HA0410\_feuillecalcul.xls ».

### Rappel 1 : Modèle de transfert basé sur une cascade de réservoirs linéaires

Ce modèle de transfert utilise l'effet de laminage d'une cascade linéaire de  $n$  réservoirs (nombre entier). Les réservoirs ont un coefficient de stockage  $K$  identique.



La solution exacte de l'équation différentielle qui régit le comportement d'un réservoir linéaire quelconque s'écrit sous la forme discrétisée suivante :

Avec :

$\Delta t$  : pas de temps de calcul [temps]

$S$  : coefficient de stockage des réservoirs [temps]

$Q_{N,i}$  : Débit de vidange à la sortie du réservoir n°N au temps  $i$ , en [volume/temps]

$Q_{N,i+1}$  : Débit de vidange à la sortie du réservoir n°N au temps  $i+1$ , en [volume/temps]

$Q_{N,i+1}$  : Débit entrant dans le réservoir n°N au temps  $i+1$  = Débit de vidange à la sortie du réservoir n°N-1 au temps  $i+1$ , en [volume/temps]

$$Q_{N+1,i+1} = Q_{N+1,i} \cdot \left( e^{-\frac{\Delta t}{K}} \right) + Q_{N,i+1} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\Delta t}{K}} \right)$$

### Rappel 2: fonction-critère de Nash

La fonction-critère de Nash peut être utilisée pour déterminer l'écart quadratique moyen entre une courbe de référence ( $Y_{réf}(x)$ ) et une courbe simulée ( $Y_{mod}(x)$ ) qui se veut modéliser correctement la courbe de référence. Il est défini de la façon suivante lorsque les courbes sont définies en un nombre discret de points  $n$  (Nash et al 1970) :

$$Nash[Y(x)] = 1 - \frac{\sum_{k=1}^n (Y_{mod}(x_k) - Y_{réf}(x_k))^2}{\sum_{k=1}^n (Y_{réf}(x_k) - \overline{Y_{réf}})^2}$$

- Si  $Nash[Y(x)] = 1$  : estimation de  $Y_{réf}(x)$  parfaite avec  $Y_{mod}(x)$ ,
- si  $0 < Nash[Y(x)] < 1$  : estimation de  $Y_{réf}(x)$  meilleure avec  $Y_{mod}(x)$ , qu'avec  $Y_{réf} \text{ moyen}$ ,
- $Nash[Y(x)] < 0$  : estimation moins bonne.

Remarque: Il existe évidemment d'autres fonction-critères utilisées en hydrologie: L'emploi de ces fonction-critères doit se faire néanmoins avec une certaine prudence et leur choix doit être subordonné à l'objectif fixé (simulation du débit de pointe, de l'allure générale de l'hydrogramme, etc.).