

Exercice n° HA 0503 - Corrigé

Propagation d'une crue à travers un réservoir : application de la méthode de la « Storage Indication Curve »

Données de l'exercice :

L'exercice porte la capacité d'une retenue de caractéristiques données (Figure1, tableau 1 de l'énoncé) à laminier une crue de temps de retour 30 ans (tableau 2-énoncé). Les données de cet exercice sont aussi regroupées dans le fichier Excel « HA0503_enonce.xls ». Le corrigé de l'exercice se trouve également dans le document Excel « HA0503_corrige.xls ».

Question 1. Détermination de l'hydrogramme à la sortie du réservoir

☉ Méthode à appliquer : Méthode de la « Storage Indication Curve ».

La méthode de la « Storage Indication Curve » est une procédure de calcul qui permet d'obtenir l'hydrogramme sortant d'un réservoir connaissant l'hydrogramme entrant et les caractéristiques de vidange de ce réservoir. Elle repose sur la forme discrétisée de l'équation de continuité : la variation de stockage S entre deux instants $t=j$ et $t=j+1$ peut s'exprimer selon la relation (1) où O est le débit sortant, I le débit entrant et Δt le pas de temps :

$$S_{j+1} - S_j = \frac{I_j + I_{j+1}}{2} \Delta t - \frac{O_j + O_{j+1}}{2} \Delta t \quad (1)$$

L'expression (1) peut être réarranger de manière à isoler dans le terme de gauche les deux inconnues S_{j+1} et O_{j+1} :

$$\left(2 \frac{S_{j+1}}{\Delta t} + O_{j+1} \right) = (I_j + I_{j+1}) + \left(2 \frac{S_j}{\Delta t} - O_j \right) \quad (2)$$

Afin de calculer le débit sortant O_{j+1} de la relation (2), une courbe reliant le terme $2 S/\Delta t + O$ au débit sortant O est nécessaire. Cette courbe- Storage Indication Curve – qui donne son nom à la méthode, est construite en se basant sur la relation Hauteur-Volume du réservoir et sur sa loi de vidange : pour une hauteur d'eau donnée H_j , la relation Hauteur-Volume de la retenue permet de calculer le volume stocké dans la retenue S_j , et l'équation de vidange permet d'obtenir le débit de vidange sortant O_j .

Pour le calcul de la propagation de la crue à travers le réservoir dans l'intervalle j , tous les termes de droite de l'équation (2) sont connus, et la valeur de $2 S_{j+1} / \Delta t + O_{j+1}$ peut alors être calculer. La valeur correspondante de O_{j+1} peut être déterminée graphiquement ou numériquement grâce à la « Storage Indication Curve ». Pour passer au pas de temps suivant, la valeur de $2 S_{j+1} / \Delta t - O_{j+1}$ est obtenue par le calcul suivant :

$$\left(2 \frac{S_{j+1}}{\Delta t} - O_{j+1} \right) = \left(2 \frac{S_{j+1}}{\Delta t} + O_{j+1} \right) - 2O_{j+1} \quad (3)$$

Le calcul est ensuite répété sur l'ensemble de la période de laminage.

Pour initialiser le calcul :

Pour $j=0$, la hauteur d'eau = 843.50, donc $O_0=1.29$ et $2 S_0 / \Delta t + O_0=7.98$

Pour $j=1$, on connaît : I_1 , et I_1+I_2 . On peut alors calculer $2 S_1/\Delta t + O_1$ sur le principe de la relation (2) : $\left(2 \frac{S_1}{\Delta t} + O_1\right) = (I_0 + I_1) + \left(2 \frac{S_0}{\Delta t} - O_0\right) = I_1 + 2 \frac{S_0}{\Delta t}$ (4)

I_1 et S_0 étant connus, on peut en déduire la valeur de O_1 grâce à la « Storage Indication Curve » (SIC) puis la valeur de $2 S_1/\Delta t - O_1$ d'après la relation (3).

Tableau 1. Récapitulatif des calculs par la méthode de la Storage Indication Curve

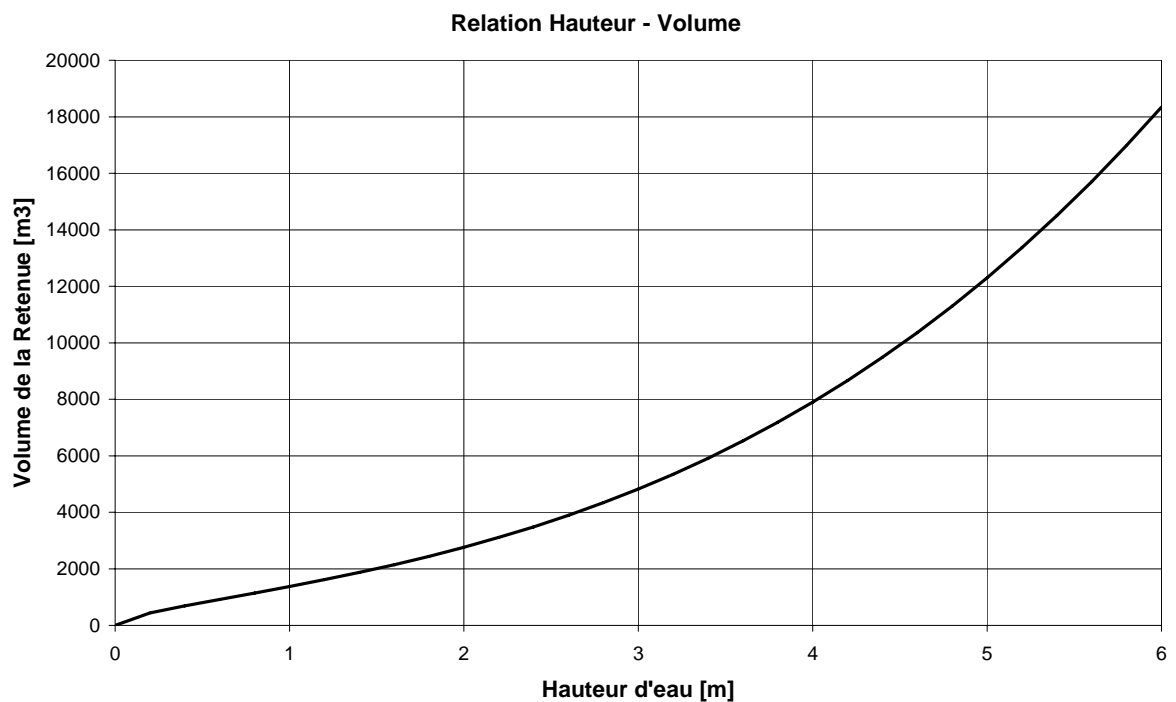
Période j	I_j	$I_j + I_{j+1}$	$2 S_j/\Delta t - O_j$	$2 S_j/\Delta t + O_j$	O_j
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
0	$I_0=0$	$0 + I_1$	$2 S_0/\Delta t - O_0$	7.98	$O_0=1.3$
1	I_1	$I_1 + I_2$	$2 S_1/\Delta t - O_1$	$2 S_1/\Delta t + O_1$	O_1
2	I_2	$I_2 + I_3$	$2 S_2/\Delta t - O_2$	$2 S_2/\Delta t + O_2$	O_2

Diagram illustrating the relationships between the variables in the table:

- Relation (2) connects (3) and (4) to (5).
- Relation (3) connects (4) and (6) to (3).
- SIC (Storage Indication Curve) connects (6) to (5).

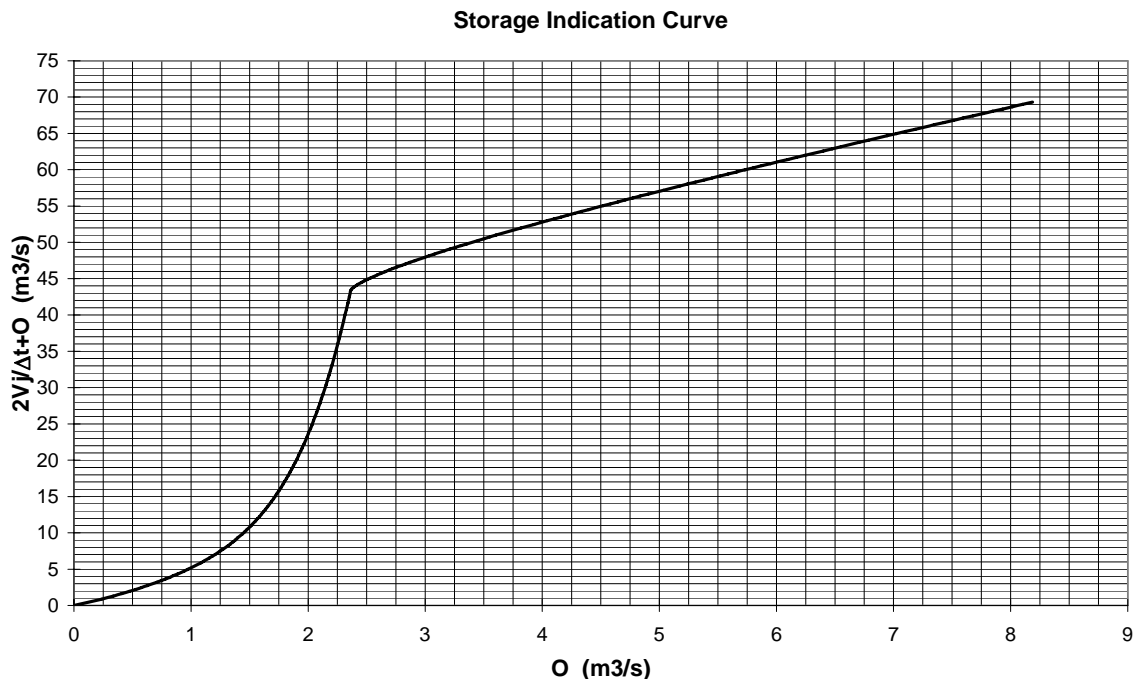
⊙ Démarche et résultats :

Etape 1 : Etablir la courbe Hauteur-Volume de la retenue d'après la relation Hauteur-Volume de la retenue donnée dans l'énoncé.



Etape 2 : Etablir la Storage Indication Curve :

- Pour chaque cote du plan d'eau h , calculer la charge hydraulique H (utilisée dans les lois de vidange des prises d'eau et de l'évacuateur) en déduisant de h l'altitude du fond des prises d'eau, c'est à dire, $H = h - 842$ [m].
- Calculer le volume S de la retenue [m^3] d'après H et la relation Hauteur-Volume de la retenue.
- Calculer le débit sortant O d'après les deux lois de vidanges des ouvrages hydrauliques données dans l'énoncé. Sous la cote 847, le débit de vidange ne correspond qu'aux 2 prises d'eau ; après cette cote, il faut ajouter à ce débit sortant, le débit de vidange de l'évacuateur de crue.
- Calculer le terme $2 S/\Delta t + O$.
- Tracer la courbe $2 S/\Delta t + O$ versus O , c'est à dire, la Storage Indication Curve. Ce graphique permettra de trouver les valeurs du débit sortant à chaque pas de temps.

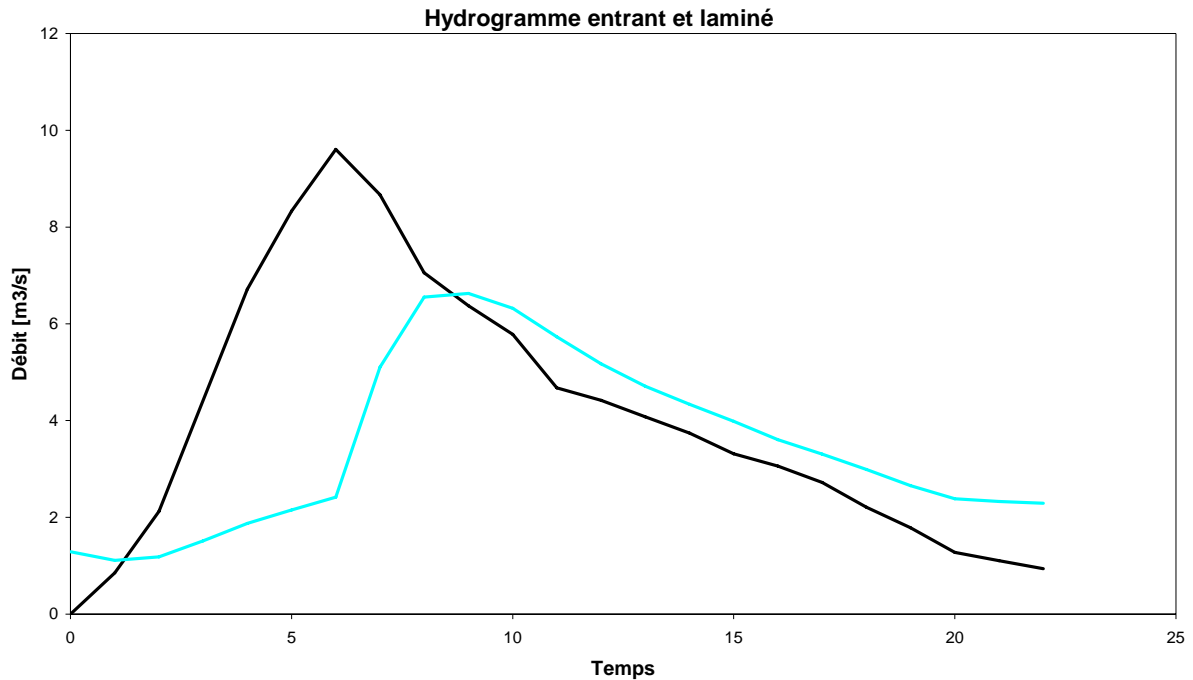


Etape 3 : Calculer l'hydrogramme laminé (le pas de temps $\Delta t = 10$ min)

- Au temps initial t_0 ($j=0$), l'altitude du plan d'eau est $h=843.5$ [m] (soit $H=1.5$ [m]). D'après la relation Hauteur-Volume de la retenue, le volume stocké S_0 est de 2006 [m^3]. Le débit entrant I_0 est nul, puisque la crue n'est pas arrivée. Le débit sortant $O_0 = 1.29$ [m^3/s] et selon le SIC $2 S_0 / \Delta t + O_0 = 7.98$ donnant $2 S_0 / \Delta t - O_0 = 5.4$.
- Pour $j=1$, la valeur de $2 S_2 / \Delta t + O_2$ est déduite des valeurs des colonnes (3) et (4) de la ligne précédente selon la relation (2) : $2 S_2 / \Delta t + O_2 = 0.9 + 5.4 = 6.3$ [m^3/s]. On en déduit O_1 et etc.

Pas	$Q = I_j$ [m^3/s]	$I_j + I_{j+1}$ [m^3/s]	$2S_j/\Delta t - O_j$ [m^3/s]	$2S_j/\Delta t + O_j$ [m^3/s]	O_j [m^3/s]
0	0	0.9	5.4	7.98	1.29
1	0.9	3.0	4.0	6.3	1.11
2	2.1	6.5	4.6	7.0	1.18
3	4.4	11.1	8.2	11.2	1.51
...

- Tracer les deux hydrogrammes pour constater que le laminage abaisse le débit de pointe et le décale dans le temps :



Question 2. Détermination de l'altitude maximale du plan d'eau et moment où ce niveau est atteint

⊙ Méthode à appliquer : principe de la loi de continuité

La loi de continuité implique que le volume stocké est maximal lorsque le débit sortant égale le débit entrant : $I = O$.

⊙ Démarche et résultats :

Etape 1 : Calculer pour chaque pas de temps le stock d'eau de la retenue en faisant le bilan entrée sortie (attention à prendre en compte le volume initiale S_0).

Etape 2. Chercher le pas de temps pour lequel $I = O$. On trouve $t_{Smax}=90$ [min] et $S_{max}=17\ 063$ [m³]. En reprenant la courbe hauteur/volume, on trouve que ce volume correspond à une cote du plan d'eau de **847.81 m**, ce qui correspond à une lame d'eau de 81 cm au-dessus du déversoir. La retenue présente une faible capacité à laminar la crue de temps de retour 30 ans.

Temps min	Ij m ³ /s	Oj m ³ /s	Stock m ³
0	0	1.3	2006
10	0.9	1.11	1542
20	2.1	1.18	1747
30	4.4	1.51	2902
40	6.7	1.88	5226
50	8.3	2.15	8531
60	9.6	2.42	12541
70	8.7	5.10	15767
80	7.1	6.55	16988
90	6.4	6.63	17063
100	5.8	6.32	16824
...