

Exercice n° HA 0504 - Corrigé

Acheminement d'une crue par la méthode des ondes cinématiques

Données de l'exercice :

Les caractéristiques du tronçon de canal étudié sont résumées dans le tableau-énoncé et celles de l'hydrogramme entrant dans le bief dans la figure 1-énoncé. Les données de cet exercice sont aussi regroupées dans le fichier Excel « HA0504_énoncé.xls ». Une série de feuilles de calcul à compléter est également disponible dans le fichier Excel « HA0504_feuillecalcul.xls ».

Le corrigé de l'exercice se trouve également dans le document Excel « HA0504_corrige.xls ».

Question 1. Proposition pour une valeur du coefficient de Manning n

☉ Méthode à appliquer : Acheminement d'une crue par la méthode des ondes cinématiques

L'onde cinématique constitue un cas spécial et simplifié des équations de Saint-Venant (écoulement permanent et uniforme) où les termes d'inertie et le terme dû à la variation de la profondeur, donc de la pression, sont négligés.

- Le mouvement d'une onde cinématique est décrit par le système des ondes cinématiques que l'on peut exprimer sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial(US)}{\partial x} + B \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = S \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + U \cdot \frac{\partial S}{\partial x} + B \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = 0 & \text{(équation de continuité)} \\ J_f = J_e & \text{(équation d'onde cinématique)} \end{cases} \quad (1)$$

Avec :

h : énergie de pression (qui est égale à la hauteur d'eau) [m]

U : vitesse moyenne [m/s]

S : surface mouillée [m²],

B : largeur du canal [m],

J_e : pente énergétique [-],

J_f : pente du fond du canal [-].

- Une onde cinématique est principalement décrite par l'équation de continuité. Elle est générée par la variation de débit Q , et sa célérité c_k , est donnée par :

$$c_k = \frac{\partial Q}{\partial S} = \frac{1}{B} \cdot \frac{\partial Q}{\partial h} \quad (2)$$

- Dans le cas d'un canal rectangulaire quelconque (peu large) et avec l'expression de $Q(h)$ tirée de Manning (équation 3), l'expression pour la célérité de l'onde cinématique (équation 4) peut s'écrire (avec n : coefficient de Manning [m^{-1/3}/s]) :

$$Q = \frac{J_f^{1/2} \cdot B^{2/3}}{n} \cdot \frac{h^{5/3}}{(B + 2 \cdot h)^{2/3}} \quad (3)$$

$$c_k = \frac{J_f^{1/2} \cdot B^{2/3}}{n} \cdot \left[\frac{h^{2/3} \cdot (5 \cdot B + 6 \cdot h)}{3 \cdot (B + 2 \cdot h)^{5/3}} \right] \quad (4)$$

- Dans cette équation, la profondeur h est calculée par itérations successives (recherche par tâtonnement) de manière à ce que, pour chaque pas de temps, la relation $Q_{\text{Observé}} = Q_{\text{simulé}}$ (avec équation 3) soit vérifiée. Une fonction d'Excell (SOLVEUR) permet de trouver rapidement la valeur de h pour chaque débit individuel.
- On considère encore que l'onde cinématique constitue une bonne approximation de l'onde dynamique si le critère suivant est respecté :

$$\frac{g \cdot L \cdot J_f}{U^2} > 10 \quad (5)$$

Avec : g l'accélération terrestre [m/s²], L la longueur du canal étudié [m], J_f la pente du fond du canal [-] et U la vitesse moyenne [m/s].

⊙ Démarche et résultats :

Pour commencer, on propose de prendre un coefficient de Manning $n = 0.02$ [s/m^{1/3}].

Etape 1 : Conditions initiales ($t=0$). Pour démarrer les calculs, il faut connaître la valeur du débit initial. Elle est donnée dans l'énoncé : $Q_0 = 4.8$ m³/s.

Etape 2 : Propagation vers l'aval de chaque débit individuel avec sa propre célérité.

- Pour le débit initial Q_0 : la profondeur normale pour ce débit doit être déterminée par calcul itératif (on obtient $h_0 = 1.35$ m). Sa célérité est ensuite calculée à l'aide de l'expression (4) :

$$c_k = \frac{0.001^{1/2} \cdot 2.85^{2/3}}{0.02} \cdot \left[\frac{1.35^{2/3} \cdot (5 \cdot 2.85 + 6 \cdot 1.35)}{3 \cdot (2.85 + 2 \cdot 1.35)^{5/3}} \right] = 1.24 \text{ [m/s]}$$

Ce débit initial est donc propagé vers la station aval ($L=2100$ m) avec une célérité $c_k=1.24$ [m/s]. Le temps nécessaire à ce débit pour arriver au bout du tronçon, appelé *temps de parcours* Δt , se calcule simplement par :

$$\Delta t = L / c_k = 842 \text{ [s]}$$

On ajoute donc le temps de parcours Δt au temps de départ ($t=0$) pour déterminer *le temps d'arrivée*.

- Pour les débits individuels suivants. La procédure de calcul est la même. La profondeur normale pour chaque débit doit être déterminée par calcul itératif.
- Le résultat de l'acheminement de la crue de projet par la méthode des ondes cinématiques, pour $n = 0.02$ [s/m^{1/3}] (figure ci-dessous) montre que le débit de pointe est acheminé à l'extrémité du canal en 12 minutes. Cette valeur de n est donc à rejeter.

Etape 3 : Recommencer les étapes 1 et 2 précédentes jusqu'à obtenir une valeur de n qui réponde aux conditions de l'énoncé.

Les résultats sont présentés dans les figures suivantes :

