

Exercice n° HA 0507 - Corrigé

Dimensionnement d'une retenue pour l'écrêtement des débits – Application au bassin versant de la Bibera (FR, BE, Suisse)

Données de l'exercice :

La pluie de projet de temps de retour T de 10 ans est donnée dans le Tableau 1-énoncé. Le tableau 2-énoncé présente les valeurs du coefficient de ruissellement C_R en fonction de l'occupation du sol. Les hydrogrammes de références, entrant (exutoire de la Bibera) et sortant (emplacement de la retenue) observés pour le bief à l'aval du bassin versant de la Bibera, sont donnés dans le tableau 3-énoncé. L'ensemble de ces données est regroupé dans le fichier Excel « HA507_énoncé.xls ». Le corrigé est aussi disponible dans le fichier Excel « HA507_corrige.xls ».

Question 1. Fonction de production

Etape 1. Calcul d'une valeur pondérée du C_R (les facteurs de pondération correspondent aux pourcentages dédiés à chaque type d'occupation du sol).

Pour un temps de retour de 10 ans, le tableau 1 de l'énoncé donne les valeurs suivantes : Forêt (*Forest/Woodlands, Flat*) : 0.28; Culture (*Cultivated Land, Flat*) : 0.36; Prairie (*Pasture/Range, Flat*) : 0.30. Ainsi on obtient un coefficient de ruissellement pondéré :

$$C_r = \frac{23 \times 0.28 + 63 \times 0.36 + 14 \times 0.3}{23 + 63 + 14} = 0.33$$

Etape 2. Calcul de la pluie nette par la méthode de l'inde W . L'intensité nette est facilement obtenue en multipliant chaque intensité de la pluie de projet par la valeur du C_r . On obtient le hyétogramme de pluie nette suivant :

Temps	[h]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Intensité nette	[mm/h]	0.03	0.03	0.10	0.20	1.03	11.26	0.40	0.13	0.07	0.03

Question 2. Fonction de transfert

L'approximation triangulaire de l'Hydrogramme Unitaire Normé nécessite la connaissance de 4 valeurs : son débit de pointe, le temps de montée t_m ainsi que les temps de concentration t_c et de base t_b qui permettent de calculer la durée de référence D de l'hydrogramme ($D=t_b-t_c$).

D'après l'énoncé, on obtient un HUN de durée de référence 1 heure dont les caractéristiques sont : $t_b = 14$ [h], $t_m = 5$ [h] et $q_p = 1.93$ [m³/s].

Temps	[h]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
HUN	[m ³ /s]	0.00	0.39	0.77	1.16	1.54	1.93	1.72	1.50	1.29	1.07	0.86	0.64	0.43	0.21	0.00

Etape 3. Convolution de l'HUN avec la pluie nette.

temps	[h]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Débit	[m ³ /s]	0.00	0.01	0.04	0.10	0.24	0.78	5.65	10.65	15.65	20.55	24.84	22.37

Suite...

temps	[h]	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Débit	[m ³ /s]	19.66	16.86	14.03	11.19	8.35	5.54	2.77	0.21	0.08	0.03	0.01	0.00

Question 3. Fonction d'acheminement

La première étape consiste à estimer la valeur des paramètres K et X de la méthode de Muskingum. Ayant les hydrogrammes observés à l'exutoire de la Bibera et à l'emplacement projeté de la retenue, la procédure est la suivante :

Étape 1 : choix d'un pas d'itération Δt (1 heure).

Étape 2 : choix d'une valeur de X

Étape 3 : calcul du terme de vidange pondérée $D_{t+\Delta t} = (X(I_{t+\Delta t} - I_t) + (1-X)(O_{t+\Delta t} - O_t))$ pour chaque pas de temps à partir des valeurs instantanées des débits entrant et sortant au pas de temps t et de la valeur de X choisie.

Étape 4 : Calcul de la variation du volume d'eau stocké dans le bief pour chaque pas de temps à partir des débits moyens calculés entre les temps $t=j$ et $t=j+1$ selon l'équation (1).

Étape 5 : représentation graphique des couples $(D_{t+\Delta t}, \Delta S_{t+\Delta t})$ calculés aux points précédents.

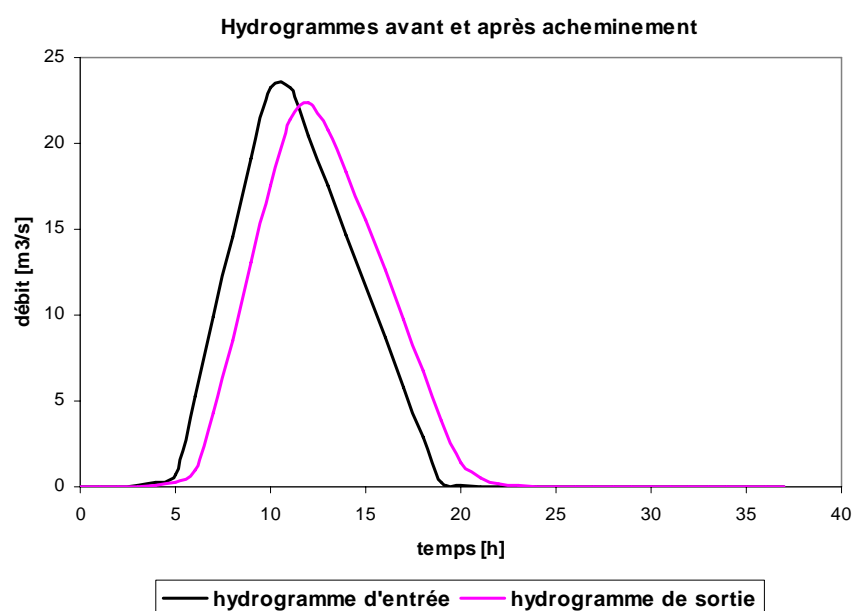
Étape 6 : estimation de la qualité de l'ajustement de ces couples par rapport à une droite.

Étape 7 : choix d'une nouvelle valeur de X si l'ajustement obtenu n'est pas correct (retour étape 2) ou si l'on veut tester de nouvelles valeurs de X . Ainsi les étapes 2 à 6 sont à répéter jusqu'à l'obtention de la meilleure valeur possible de R^2 , qui est égale à l'unité pour un alignement parfait. Sinon, passer à l'étape 8.

Étape 8 : détermination de K qui n'est autre que la pente générale de la courbe formée par les points $(D_{t+\Delta t}, \Delta S_{t+\Delta t})$. Pour cet exercice, on aboutit après plusieurs essais à une valeur optimale de $X : X = 0.27$ (indice de détermination R égal à 0.92) et $K = 1.33$ [h]

Étape 9. Vérification des conditions de stabilité. Dans le cas présent le pas de temps Δt de calcul (1 h) est supérieur à $2 K X$ (0.72 h), la condition de stabilité de la méthode est donc remplie ce qui permet l'utilisation des valeurs de X et K pour l'acheminement d'hydrogrammes dans le bief étudié.

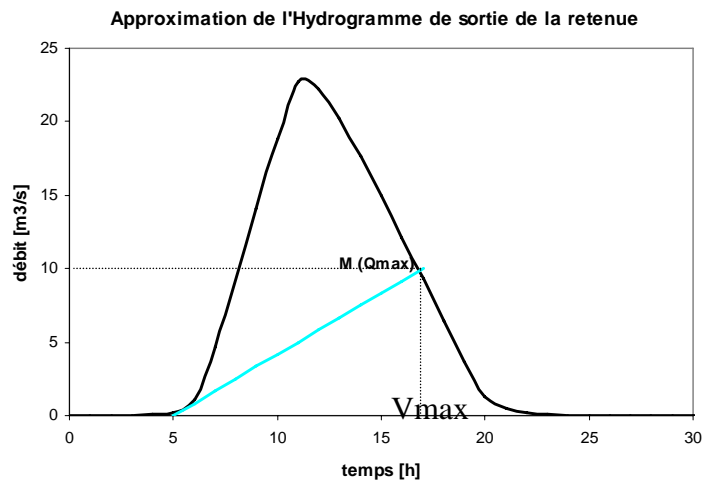
Étape 10. Acheminement d'une crue par la méthode de Muskingum. Il est maintenant possible de calculer les valeurs des coefficients C_1 (0.09), C_2 (0.58), C_3 (0.32) et le débit après acheminement dans le bief selon l'expression : $O_{j+1} = C_1 \cdot I_{j+1} + C_2 \cdot I_j + C_3 \cdot O_j$



Question 4. Dimensionnement de la retenue et laminage de crue

Etape 1. Estimation du volume maximal à stocker.

Une première estimation du volume maximal à stocker est fournie par l'air comprise entre l'hydrogramme entrant et la droite reliant l'origine de l'hydrogramme d'entrée et le point M correspondant au débit de sortie admissible ($Q_s=10 \text{ m}^3/\text{s}$) (ceci vient du fait que le volume stocké est maximum lorsque le débit sortant égale le débit entrant, cf. eq. de continuité). Selon cette méthode l'estimation du volume à stocker est : $V_{max} = 368\,750 \text{ m}^3$.



— hydrogramme d'entrée — hydrogramme laminé estimé

Etape 2. Estimation de la hauteur d'eau maximale. D'après la loi Hauteur /Volume de l'énoncé, on peut par itérations successives connaître la hauteur du plan d'eau correspondant au volume maximal à stocker. On obtient : $H_{max} = 6 \text{ mètres}$.

Etape 3. Estimation du diamètre de l'orifice circulaire de vidange. Il suffit d'ajuster par itérations successives la valeur du diamètre de l'orifice de manière à ce que le débit de vidange, calculé à l'aide de l'équation de vidange, soit égal à $10 \text{ m}^3/\text{s}$ pour la hauteur H_{max} précédente.

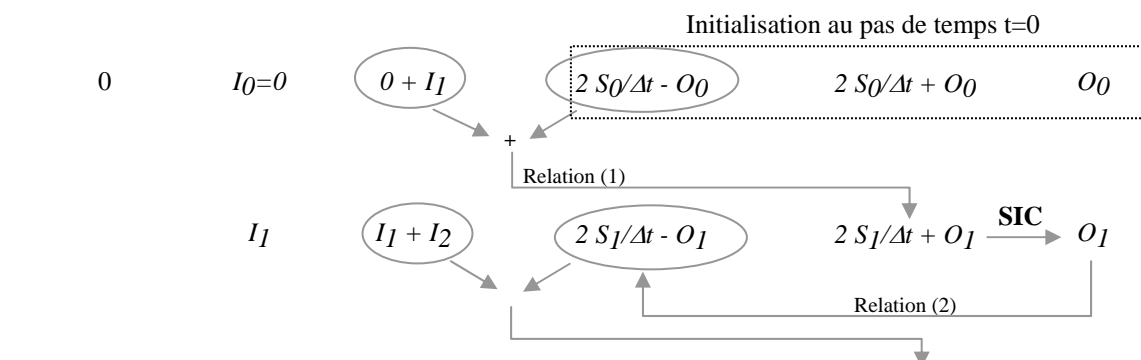
On obtient : $\varnothing = 1.21 \text{ [m]}$.

Etape 4. Tracer la courbe- Storage Indication Curve en vous basant sur la relation Hauteur-Volume du réservoir et sur sa loi de vidange : pour une hauteur d'eau donnée H_j , la relation Hauteur-Volume de la retenue permet de calculer le volume stocké dans la retenue S_j , et l'équation de vidange permet d'obtenir le débit de vidange sortant O_j . L'utilisation de la formule de l'orifice quand $H < D$ n'est pas théoriquement valable, mais son utilisation est raisonnable dans notre cas pour avoir une estimation du débit sortant.

Etape 5. Calcul de l'hydrogramme laminé par la méthode de la « Storage Indication Curve » (le pas de temps $\Delta t = 1 \text{ [h]}$ soit 3600 [s]) (voir rappel ci-dessous).

Rappel : Le principe de la méthode de la « Storage Indication curve » est résumé dans le tableau suivant (pour une hauteur initiale du plan d'eau H_0) :

Période j	I_j	$I_j + I_{j+1}$	$2 S_j/\Delta t - O_j$	$2 S_j/\Delta t + O_j$	O_j
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)



$$\left(2 \frac{S_{j+1}}{\Delta t} + O_{j+1}\right) = (I_j + I_{j+1}) + \left(2 \frac{S_j}{\Delta t} - O_j\right) \quad (1) \quad \text{et} \quad \left(2 \frac{S_{j+1}}{\Delta t} - O_{j+1}\right) = \left(2 \frac{S_j}{\Delta t} + O_j\right) - 2O_{j+1} \quad (2)$$

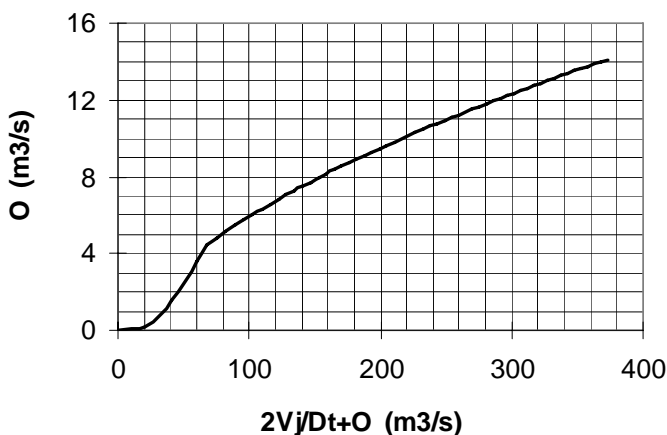
- **Initialisation du calcul :** Pour $j=0$, on a I_0 est nul (donnée de l'exercice), O_0 et S_0 sont nuls par hypothèse et on peut alors calculer $I_0 + I_1 = 0.0012 \text{ m}^3/\text{s}$.
- Pour le premier intervalle ($j=1$), on utilise la relation (1) et on obtient : $2 S_1 / \Delta t + O_1 = 0,0012 + 0 = 0,0012 \text{ [m}^3/\text{s]}$. On peut en déduire la valeur de $O_1 = 0,00001 \text{ [m}^3/\text{s]}$ en lisant sur la « *Storage Indication Curve* » (SIC) et l'inscrire dans la colonne (6), puis on en déduit la valeur de $2 S_1 / \Delta t - O_1 = 0.0012 - (2 \times 0,00001) = 0,0012 \text{ [m}^3/\text{s]}$ de la colonne (4) en utilisant la relation (2).

etc...

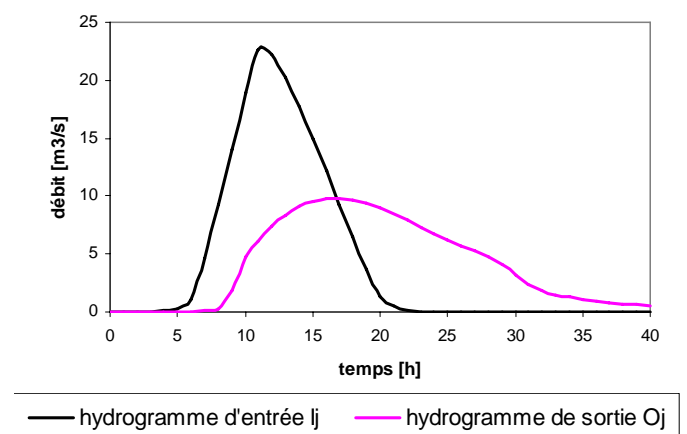
Remarque : La valeur de O_j peut être lue directement (« visuellement ») sur la SIC ou calculer en utilisant une interpolation linéaire entre deux points de la SIC choisis de tel sorte que la valeur $2 S_j / \Delta t + O_j$ soit comprise dans cette intervalle (cf. corrigé sur le fichier Excel « exercice HA 1001 – corrigé.xls »).

	hydrogramme d'entrée I_j	$I_j + I_{j+1}$	$2S_j/Dt - O_j$	$2S_j/Dt + O_j$	hydrogramme de sortie O_j
[h]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]	[m ³ /s]
0.0	0.00	0.0012	0.0000	0	0
1.0	0.0012	0.013	0.0012	0.0012	0.00001
2.0	0.01	0.048	0.014	0.014	0.0001
3.0	0.04	0.131	0.060	0.061	0.0006
4.0	0.09	0.342	0.187	0.191	0.0018
5.0	0.25	1.320	0.519	0.529	0.0051
6.0	1.07	5.726	1.803	1.839	0.0178
...

Storage Indication Curve



Hydrogrammes d'entrée et de sortie de la retenue



Le diamètre de 1.21 m répond aux exigences de l'énoncé, puisque le débit maximal sortant $< 10 \text{ m}^3/\text{s}$.