

Exercice n° HA 0801

Estimation du débit de crue de temps de retour 30 ans par la méthode statistique à partir de 3 séries (annuelle, tronquée et gonflée) – Application au bassin versant bassin versant du Parimbot (FR, Suisse)

Avant propos

Pour estimer des débits de crue de différents temps de retour, plusieurs méthodes ont été conçues dont l'analyse fréquentielle de longues séries de données. Dans le cadre de la protection contre les crues sur le bassin du Parimbot, vous êtes chargés de redimensionner la section du cours d'eau de manière à ce qu'un débit de pointe de temps de retour T 30 ans puisse transiter sans débordement. Pour cela, ne disposant pas de suffisamment de données sur les débits de pointe annuels, vous décidez d'utiliser des artifices statistiques pour augmenter artificiellement les nombres de données à ajuster afin d'obtenir des séries de données « gonflées » et « tronquées ».

Objectifs de l'exercice

- Construire des séries de données « gonflées » et « tronquées ».
- Ajuster les séries temporelles de débit selon une distribution de Gumbel afin d'estimer des débits de temps de retour de 30 ans.
- Associer aux valeurs estimées un intervalle de confiance.

Questions :

D'après les données débitométriques recueillies à l'aval du bassin versant du Parimbot (superficie de 6.75 km^2), et présentées dans le tableau 1, on vous demande de répondre aux questions suivantes :

Question 1. Constituer les trois séries de débits suivantes :

- a) Série des débits de pointe annuels
- b) Série des deux plus grands débits de pointe annuels (« série gonflée »),
- c) Série des débits de pointe ayant une valeur supérieure à $6.00 \text{ m}^3/\text{s}$ (« série tronquée »).

Question 2. Effectuer l'ajustement statistique de la série des débits de pointe annuels selon une distribution de Gumbel et en déduire $Q_{p(30 \text{ ans})}$. Ajuster les données graphiquement et/ou utiliser la méthode des moments. Associer aux valeurs estimées un intervalle de confiance (cf. rappels).

Question 3. Effectuer l'ajustement statistique de la « série gonflée » et de la « série tronquée ». Dans ces deux cas, il ne faut pas oublier les corrections fréquentielles à apporter pour obtenir des résultats cohérents (voir rappels). Déterminer les $Q_{p(30 \text{ ans})}$ et comparer les résultats.

Données de l'exercice

L'exercice porte sur le bassin versant du Parimbot (6.75 km^2). Les données nécessaires à la réalisation de cet exercice se trouvent dans le tableau 1 (il s'agit des débits instantanés enregistrés sur plusieurs années et plus grand que $0.35 \text{ m}^3/\text{s}$). Ces données sont aussi regroupées dans le fichier Excel « HA0801_enonce.xls » ou dans le fichier « HA0801_feuillecalcul.xls » à compléter.

Tableau 1. Données débitométriques recueillies sur le bassin versant du Parimbot, de 1979 à 1999.

date (jj.mm.aaaa)	débit [m3/s]								
01.28.1979	9.73	04.06.1983	8.20	07.30.1987	0.65	07.22.1992	1.12	01.21.1997	1.13
03.11.1979	1.53	04.20.1983	0.63	08.23.1987	0.87	08.31.1992	0.43	02.05.1997	0.58
03.26.1979	3.04	05.04.1983	2.65	09.27.1987	2.68	10.28.1992	9.96	02.15.1997	0.97
05.02.1979	3.91	05.17.1983	2.75	10.12.1987	1.03	11.15.1992	8.13	02.26.1997	2.65
08.26.1979	0.60	06.13.1983	0.87	11.13.1987	6.76	12.04.1992	7.41	05.10.1997	7.86
10.22.1979	0.37	09.02.1983	0.40	12.19.1987	0.72	04.08.1993	1.28	05.18.1997	1.06
11.09.1979	7.37	09.16.1983	1.28	01.03.1988	2.01	07.10.1993	0.41	06.29.1997	6.64
12.11.1979	7.49	10.16.1983	0.99	01.29.1988	3.55	09.10.1993	2.01	07.17.1997	6.04
12.28.1979	0.55	11.27.1983	7.90	02.09.1988	7.61	10.08.1993	2.05	08.07.1997	0.74
01.05.1980	0.76	12.21.1983	1.88	03.16.1988	9.83	10.14.1993	1.17	08.28.1997	0.44
01.24.1980	9.39	01.03.1984	0.97	03.25.1988	1.99	12.24.1993	7.01	09.13.1997	0.75
02.04.1980	8.25	01.14.1984	7.89	05.19.1988	0.51	12.31.1993	7.49	10.12.1997	0.45
03.07.1980	1.49	01.24.1984	1.89	05.31.1988	1.22	01.14.1994	0.58	11.10.1997	0.72
03.27.1980	1.04	02.07.1984	9.49	07.03.1988	1.89	01.28.1994	2.39	12.12.1997	2.73
06.08.1980	0.79	04.02.1984	3.85	08.20.1988	0.65	02.23.1994	0.52	12.26.1997	2.02
06.15.1980	3.24	05.19.1984	0.39	08.29.1988	0.56	04.09.1994	1.37	01.02.1998	4.63
06.29.1980	2.79	09.05.1984	0.91	10.10.1988	7.92	04.25.1994	0.36	01.19.1998	7.45
07.08.1980	5.19	09.15.1984	0.90	12.05.1988	4.03	05.12.1994	0.36	02.23.1998	0.44
07.15.1980	1.86	09.23.1984	4.44	03.03.1989	6.95	05.22.1994	1.87	03.08.1998	0.72
08.08.1980	0.39	10.05.1984	6.97	03.17.1989	2.22	06.19.1994	1.49	04.07.1998	3.34
10.08.1980	3.71	11.26.1984	3.17	04.14.1989	1.07	07.14.1994	0.71	05.31.1998	0.45
10.24.1980	4.57	12.18.1984	2.00	10.29.1989	0.53	09.15.1994	6.63	09.11.1998	0.74
11.18.1980	0.40	01.23.1985	8.11	12.19.1989	2.09	10.03.1994	1.15	09.30.1998	1.05
11.26.1980	0.76	02.02.1985	1.20	02.02.1990	0.92	10.26.1994	3.59	11.04.1998	6.57
12.06.1980	1.32	03.09.1985	1.04	02.14.1990	9.39	11.10.1994	0.46	11.10.1998	0.77
12.15.1980	4.00	03.26.1985	1.93	03.01.1990	5.52	12.10.1994	2.48	12.13.1998	0.90
01.04.1981	7.99	04.08.1985	3.59	04.23.1990	1.58	12.30.1994	6.42	01.26.1999	0.80
01.20.1981	0.65	05.08.1985	2.04	06.08.1990	5.12	01.11.1995	3.45	02.09.1999	1.07
02.04.1981	1.74	06.15.1985	0.36	06.20.1990	1.94	01.23.1995	8.96	02.22.1999	6.37
03.13.1981	4.62	06.22.1985	1.33	07.05.1990	1.50	02.25.1995	6.20	03.02.1999	1.36
03.26.1981	2.98	11.10.1985	2.37	09.24.1990	1.13	03.12.1995	0.88	04.07.1999	1.48
05.26.1981	2.69	12.29.1985	8.43	10.04.1990	2.08	03.19.1995	6.50	05.14.1999	1.92
07.23.1981	0.47	01.23.1986	6.77	10.29.1990	4.84	03.29.1995	1.57	06.08.1999	2.09
10.11.1981	2.76	03.07.1986	0.71	11.21.1990	4.41	05.18.1995	6.34	08.09.1999	8.39
10.21.1981	1.20	04.03.1986	3.99	01.07.1991	3.70	06.01.1995	2.62	10.03.1999	2.68
10.30.1981	3.12	04.22.1986	1.86	03.03.1991	0.99	08.08.1995	0.41	11.06.1999	1.26
12.01.1981	5.83	05.08.1986	0.90	03.22.1991	1.68	08.29.1995	0.41	12.12.1999	4.68
12.14.1981	9.91	05.21.1986	4.06	05.11.1991	1.00	09.13.1995	2.97		
12.24.1981	0.53	06.11.1986	0.35	06.03.1991	0.58	09.20.1995	0.71		
01.06.1982	7.94	07.06.1986	0.50	06.16.1991	1.30	11.17.1995	1.27		
01.30.1982	0.38	08.27.1986	0.44	07.07.1991	1.25	12.25.1995	9.95		
03.17.1982	2.57	10.25.1986	1.31	07.30.1991	1.82	01.07.1996	3.58		
06.26.1982	1.97	11.23.1986	1.91	09.23.1991	0.65	02.18.1996	0.68		
08.20.1982	2.12	12.19.1986	6.85	10.12.1991	0.86	03.22.1996	0.57		
09.06.1982	0.65	01.02.1987	5.57	11.04.1991	7.95	05.03.1996	0.40		
09.26.1982	0.59	01.28.1987	0.76	11.13.1991	7.34	06.08.1996	0.46		
10.13.1982	8.14	02.10.1987	6.52	12.22.1991	4.44	07.06.1996	2.79		
11.13.1982	1.79	02.28.1987	1.35	02.04.1992	0.48	08.12.1996	0.40		
12.17.1982	9.93	03.28.1987	5.46	03.23.1992	0.90	08.25.1996	0.74		
01.16.1983	0.87	04.09.1987	1.05	04.05.1992	1.36	10.16.1996	0.50		
02.01.1983	1.89	05.15.1987	0.38	04.15.1992	0.38	11.05.1996	0.75		
02.26.1983	1.26	06.08.1987	5.07	05.02.1992	0.39	11.30.1996	3.41		
03.15.1983	0.52	06.15.1987	5.68	06.04.1992	0.84	12.13.1996	1.86		
03.25.1983	0.58	07.03.1987	6.53	07.12.1992	0.38	12.19.1996	1.63		

Rappel 1 : Intervalle de confiance. On propose la formulation suivante pour la loi de Gumbel :

$$x_{[r]} \pm s_e \cdot z_\alpha$$

$$s_e = \left[\frac{1}{n} \cdot (1 + 1.1396 \cdot K_T + 1.1000 \cdot K_T^2) \right]^{1/2} \cdot s$$

$$K_T = -\frac{\sqrt{6}}{\pi} \cdot \left[0.5772 + \text{Ln} \left(\text{Ln} \left(\frac{T}{T-1} \right) \right) \right]$$

$x_{[r]}$: débit observé de rang r , en $[\text{m}^3/\text{s}]$.
 s_e : « standard error of estimate », en $[\text{m}^3/\text{s}]$.
 z_α : quantile de la loi normale centrée réduite pour un indice de confiance α .
 s : écart-type des observations, en $[\text{m}^3/\text{s}]$.
 n : nombre d'observations, adimensionnel.
 K_T : « frequency factor », adimensionnel.

Rappel 2 : Ajustement de la série gonflée

Lorsque la série à ajuster comporte les k valeurs extrêmes par année, les corrections suivantes doivent être apportées (pour « annualisation » des observations) :

- Correction de la probabilité cumulée de non-dépassement :

$$F_A(x_{[r]}) = \left\{ F_E(x_{[r]}) \right\}^k$$

$F_A(x_{[r]})$: probabilité cumulée de non-dépassement de la série annualisée des observations, adimensionnelle.
 $F_E(x_{[r]})$: probabilité cumulée de non-dépassement de la série gonflée, adimensionnelle.
 k : nombre d'observations par année, adimensionnel.

- Correction des paramètres de la droite d'ajustement :

Le paramètre b (pente) est estimé de la même manière que celui d'une série composée des extrêmes annuels, alors que le paramètre a (ordonnée à l'origine) subit la correction suivante :

$$a_A = a_E + b \cdot \text{Ln}(k)$$

a_A : paramètre annualisé, en $[\text{m}^3/\text{s}]$.
 a_E : paramètre de la série gonflée, en $[\text{m}^3/\text{s}]$.
 b : paramètre d'échelle de la loi de Gumbel, en $[\text{m}^3/\text{s}]$.
 k : nombre d'observations par année, adimensionnel.

Rappel 3 : Ajustement de la série tronquée

Lorsque la série à ajuster comporte une sélection d'évènements indépendants choisis parmi n_a années d'observation et de telle sorte que les valeurs de débits soient supérieures à une valeur seuil x_0 , les corrections suivantes doivent être apportées (pour une « annualisation » des observations) :

- Correction de la probabilité cumulée de non-dépassement selon la relation de Langbein-Takeuchi :

$$F_A(x) = \exp \left\{ -\lambda \cdot [1 - F_T(x)] \right\}$$

$F_A(x)$: probabilité cumulée de non-dépassement « annualisée », adimensionnelle.
 $F_T(x)$: probabilité cumulée de non-dépassement de la série tronquée, adimensionnelle.
 λ : nombre moyen d'évènements survenus durant les n_a années d'observations ($\lambda = n/n_a$ avec n le nombre d'évènements retenus), adimensionnel.

- Correction des paramètres de la droite d'ajustement :

$$b_{GUM} = b_{EXP} = b$$

$$a_{GUM} = a_{EXP} + b \cdot \ln(\lambda)$$

b_{GUM} : paramètre de la distribution de Gumbel, en [m³/s].
 b_{EXP} : paramètre de la distribution exponentielle, en [m³/s].
 a_{GUM} : paramètre de la distribution de Gumbel, en [m³/s].
 a_{EXP} : paramètre de la distribution exponentielle, en [m³/s].
 λ : nombre moyen d'événements se produisant durant la période d'observation, adimensionnel.

Pour une distribution exponentielle la valeur du paramètre b_{EXP} est donnée par l'estimation de l'écart-type σ de l'échantillon, alors que le paramètre a_{EXP} est égal à la moyenne estimée moins l'écart-type de l'échantillon :

$$b_{EXP} = \hat{\sigma}$$

$$a_{EXP} = \hat{\mu} - \hat{\sigma}$$