ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE DE LAUSANNE

Exercice n° HA 0803 - Corrigé

Estimation des débits de crue de différents temps de retour à l'aide de plusieurs méthodes pour 4 bassins suisses de caractéristiques physiographiques différentes – comparaison et critique des résultats.

Données de l'exercice :

L'exercice porte sur 4 bassins suisses de caractéristiques physiographiques différentes : le bassin versant de la Mentue (station à Yvonnand) est localisé dans la région de Plateau, en Suisse occidentale, la Mentue étant tributaire au lac de Neuchâtel ; la Haute Mentue (station à Dommartin) est un sous bassin du bassin de la Mentue ; les bassins Rotenbach et Rappengraben sont localisés dans la région des Préalpes.

Les données nécessaires à la réalisation de cet exercice se trouvent dans les tableaux 1 à 5 et les figures 1 à 2. Elles sont aussi regroupées dans le fichier Excel « exercice HA 0803 – énoncé.xls ». Des feuilles de calcul à compléter sont aussi disponibles pour faire l'exercice dans le fichier Excel « HA0803_feuilledecalcul.xls ». Les résultats sont disponibles sur le fichier Excel « HA0803_corrige.xls ».

Question 1a : Estimation des débits de pointe de temps de retour 2.33, 5, 20, 50, 100 ans par la *méthode régionale*

Les résultats détaillés sont seulement présentés pour le bassin de la Mentue à Yvonand.

⦿ Méthode à appliquer : Méthode de « l'indice de crue »

Le débit associé à un temps de retour de 2.33 ans (temps de retour de l'espérance mathématique d'une variable aléatoire distribuée selon une loi de Gumbel), noté généralement $Q_{2.33}$, peut-être régionalisée à l'intérieur d'un espace défini, à l'aide d'une relation de type empirique ou statistique (souvent fonction de la surface), qui permet d'estimer la valeur moyenne du débit annuel de temps de retour de 2,33 ans en tous points de cet espace par interpolation. Le passage de cette valeur moyenne à un débit moyen ou maximal de crue de temps de retour différent s'effectue à l'aide d'autres relations, validées sur la même zone.

Pour la Suisse Occidentale, Niggli et al, 2000 proposent une formule de détermination du $Q_{2.33}$, dépendant de la surface du bassin considéré et d'un paramètre régional K. Elle se présente sous la forme suivante :

$$Q_{2.33} = K_{2.33} \cdot A^{0.66} \qquad (1)$$

avec :

$$K = 0.0056 \cdot EL^{-0.56} \cdot ALT^{0.63}$$

$Q_{2.33}$: débit annuel de temps de retour de 2,33 ans [m³/s] ;

K : Paramètre régional [] ;

A : surface [km²] ;

EL : Elongation du versant (rapport entre le diamètre du cercle ayant la même surface que le bassin versant et la longueur totale du réseau hydrographique) [-];

ALT : altitude moyenne du bassin versant [m].

La moyenne des débits de pointe annuels Q_T pour une période de retour T est finalement obtenue par la relation suivante :

$$Q_T = Fc_T \cdot Q_{2.33} = Fc_T \cdot 0,0056 \cdot EL^{-0,56} \cdot ALT^{0,63} \cdot A^{0,66} \qquad (2)$$

Où Fc_T est le facteur de croissance en fonction du temps de retour T (cf. figure 1- énoncé).

☉ Démarche et résultats

Etape 1 : Calcul du débit annuel $Q_{2.33}$ à partir des caractéristiques physiographiques des bassins versants étudiés et de l'équation (1). On a donc pour le bassin de la Mentue à Yvonand :

$$Q_{2.33} = 0,0056 \cdot EL^{-0,56} \cdot ALT^{0,63} \cdot A^{0,66} = 0,0056 \cdot 0,1^{-0.56} \cdot 679^{0.63} \cdot 105^{0,66}$$

$$Q_{2.33} = 26,7 \quad \text{m}^3\text{/s}$$

Etape 2 : Calcul des débits pour les différents temps de retour (5, 20, 50 et 100 ans) en utilisant le débit de pointe annuel $Q_{2.33}$ estimé précédemment et la courbe de croissance établie pour la région donnée du bassin considéré (cf. figure 1-énoncé). Ici la Mentue est classée dans la région « Plateau » et on a :

$$Q_{5ans} = Fc_{5ans} \cdot Q_{2.33} = 1,29 \cdot 26,7 = 34,4 \quad \text{m}^3\text{/s}$$
$$Q_{20ans} = Fc_{20ans} \cdot Q_{2.33} = 1,75 \cdot 26,7 = 46,7 \quad \text{m}^3\text{/s}$$
$$Q_{50ans} = Fc_{50ans} \cdot Q_{2.33} = 2,04 \cdot 26,7 = 54,4 \quad \text{m}^3\text{/s}$$
$$Q_{100ans} = Fc_{100ans} \cdot Q_{2.33} = 2,26 \cdot 26,7 = 60,3 \quad \text{m}^3\text{/s}$$

Question 1b : Estimation des débits de pointe de temps de retour 2.33, 5, 20, 50, 100 ans par *la méthode rationnelle*

☉ Méthode à appliquer : la méthode pseudo-empirique de la formule rationnelle

Le concept de la méthode rationnelle doit son origine à un ingénieur irlandais Mulvanay responsable de drainage agricole au siècle dernier (1850). Malgré de nombreuses hypothèses simplificatrices, c'est probablement de loin la formule la plus connue et la plus utilisée essentiellement à cause de sa simplicité, mais aussi du fait que les séries de pluies sont souvent plus longues que celles des débits.

Le débit de pointe est calculé en fonction des caractéristiques physiographiques des bassins versants et de l'intensité des précipitations (estimée à partir des courbes IDF) selon l'expression suivante :

$$Q_p(t) = u \cdot C_r \cdot i(T, t_c) \cdot A \qquad (3)$$

Avec :

C_r : Coefficient de ruissellement (ou coefficient d'écoulement) du bassin versant qui dépend de la couverture du sol et du temps de retour (cf. figure 2- énoncé) [-] ;
i(T,tc) : Intensité moyenne maximale de la pluie fonction du temps de concentration t_c et de la période de retour T [mm/h] ;
A : Superficie du bassin versant [ha] ;
u : Coefficient qui est fonction des unités choisies. Avec A en ha, i en mm/h et $u = 0.0028$, on obtient Q en m^3/s.

L'application de cette méthode nécessite l'identification des différents coefficients qui la caractérisent, à savoir, le coefficient de ruissellement *Cr*, le temps de concentration *tc*, l'intensité moyenne maximale de la pluie *i*.

- **L'estimation du coefficient de ruissellement** : Il existe des tableaux de valeurs expérimentales de ce coefficient suivant le type de sol, sa couverture végétale et la pente du bassin. Si le bassin est caractérisé par des couvertures ou des pentes très différentes il est alors nécessaire de procéder à la détermination d'un nouveau coefficient de ruissellement moyen à l'aide d'une moyenne pondérée par les surfaces.

- **Estimation du temps de concentration :** A défaut de mesures, le temps de concentration t_c peut être estimé par des formules empiriques, nous en retiendrons deux :

Formule de Ventura : $t_c = 76.3 \cdot \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{I}}$ (4)

Formule de Passini : $t_c = 64.8 \cdot \frac{\sqrt[3]{L \cdot A}}{\sqrt{I}}$ (5)

t_c : Temps de concentration [min],
A : surface du bassin versant [km^2] ,
I : pente moyenne du bassin [%] ;
L : longueur du bassin [km].

- **Estimation de l'intensité moyenne maximale des précipitations :** les méthodes et les formulations mathématiques pour estimer l'intensité critique pour un temps de retour T donné sont multiples. Rappelons qu'une hypothèse de la méthode rationnelle est que la durée de la pluie est égale au temps de concentration (t_c). Citons, à titre d'exemple :

⇒ L'utilisation d'abaques (courbes IDF pré-établies à une station donnée) ;
⇒ Formule de Montana (cf. tableau 4 –énoncé) :

$$i(T, t_c) = a(T) \cdot t^{-b(T)} \quad (6)$$

i : intensité moyenne maximale de l'averse de durée t [mm/h],
t : durée de la pluie = t_c [min] ;
a,b : paramètres locaux dépendant du lieu et du temps de retour T.

⇒ Les normes SNV (cf. tableau 5-énoncé) :

$$i(T, t_c) = \frac{K(T)}{B(T) + t} \quad (7)$$

i : intensité moyenne maximale [l/s/ha] ;
t : durée de la pluie = t_c [min] ;
K, B : coefficients dépendant du lieu et du temps de retour.

⦿ Démarche et résultats

Etape 1 : Estimation du coefficient de ruissellement moyen, pondéré par les surfaces. Pour le bassin de la Mentue, ce calcul est facilement réalisé à partir :

- Des caractéristiques du bassin versant (surface et % occupation du sol – Tableau 2-énoncé).

  A=105 km^2 dont P(forêt) = 28,2 %, P(près)= 66,8 % et P(Urbain)=4,92 %.

- Des valeurs caractéristiques des coefficients de ruissellement pour différents types d'occupation du sol, et différentes pentes (d'après figure 2 –énoncé) :

  I= 12.2 % d'où : Cr(forêts)=0,075; Cr(près)=0,15 et Cr(Urbain)=0,9

- Et ainsi : $\bar{C}r = \frac{28,2 \cdot 0,075 + 66,8 \cdot 0,15 + 4,92 \cdot 0,9}{28,2 + 66,8 + 4,92} = 0,17$.

Etape 2 : Estimation du temps de concentration d'après l'équation (4) ou (5) (ici on prend la formule (4) de Ventura).

$$t_c = 76,3 \cdot \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{I}} = 76,3 \cdot \frac{\sqrt{105}}{\sqrt{12,2}} = 224 \quad \text{min}$$

Etape 3 : Estimation de l'intensité critique de pluie pour *T* et de durée *t=tc* d'après l'équation (6) ou (7) ou encore d'après les courbes IDF pré-établies à la station représentative du bassin (Tableau 3-énoncé). Ici on prend la formule (6) et les données des coefficients *a,b* de la formule IDF du tableau 4 –énoncé.

- Pour la Mentue :

T [ans]	100	50	20	5	2.33
a	894	784	660	503	414
b	0.72	0.71	0.70	0.70	0.71

- Soit :

$$i_{2.33} = a \cdot t_c^{-b} = 414 \cdot 224^{-0.71} = 9{,}1 \quad \text{mm/h}$$

$$i_5 = a \cdot t_c^{-b} = 503 \cdot 224^{-0.70} = 11{,}1 \quad \text{mm/h}$$

$$i_{20} = a \cdot t_c^{-b} = 660 \cdot 224^{-0.70} = 14{,}6 \quad \text{mm/h}$$

$$i_{50} = a \cdot t_c^{-b} = 784 \cdot 224^{-0.71} = 16{,}8 \quad \text{mm/h}$$

$$i_{100} = a \cdot t_c^{-b} = 894 \cdot 224^{-0.72} = 18{,}6 \quad \text{mm/h}$$

Etape 4 : Estimation des débits de pointe pour les différents temps de retour *T* d'après la formule rationnelle, i.e. l'équation (3) :

$$Q_{2.33} = u \cdot C_r \cdot i_{2.33} \cdot A = 0{,}0028 \cdot 0{,}17 \cdot 9{,}1 \cdot 105 \cdot 100 = 44 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_5 = u \cdot C_r \cdot i_5 \cdot A = 0{,}0028 \cdot 0{,}17 \cdot 11{,}1 \cdot 105 \cdot 100 = 54 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_{20} = u \cdot C_r \cdot i_{20} \cdot A = 0{,}0028 \cdot 0{,}17 \cdot 14{,}6 \cdot 105 \cdot 100 = 71 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_{50} = u \cdot C_r \cdot i_{50} \cdot A = 0{,}0028 \cdot 0{,}17 \cdot 16{,}8 \cdot 105 \cdot 100 = 82 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_{100} = u \cdot C_r \cdot i_{100} \cdot A = 0{,}0028 \cdot 0{,}17 \cdot 18{,}6 \cdot 105 \cdot 100 = 91 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

☉ Attention aux unités !

Rappel : 1 km^2 =100 ha

Question 1c : Estimation des débits de pointe de temps de retour 2.33, 5, 20, 50, 100 ans par *la méthode statistique (nécessite une longues séries de débits)*

☉ Méthode à appliquer : ajustement statistique d'une série de données

L'analyse fréquentielle d'une longue série de débits maximaux permet de déterminer le temps de retour d'une valeur particulière. Cette prédiction repose sur la définition et la mise en œuvre d'un **modèle fréquentiel**, qui est une équation décrivant (modélisant) le comportement statistique d'un processus. Ces modèles décrivent la **probabilité d'apparition** d'un événement de valeur donnée. C'est du choix du modèle fréquentiel (et plus particulièrement de son type) que dépendra la validité des résultats de l'analyse fréquentielle.

Un modèle fréquentiel très souvent utilisé pour décrire le comportement statistique des valeurs extrêmes est la distribution statistique de Gumbel (loi double exponentielle, ou loi de Gumbel). La fonction de répartition de la loi de Gumbel *F(x)* s'exprime de la manière suivante :

$$F(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)\right) \quad (8) \quad \text{avec la variable réduite suivante : } u = \frac{x-a}{b} \quad (9)$$

où *a* et *b* sont les paramètres du modèle de Gumbel.

La distribution s'écrit alors de la manière suivante :

$$F(x) = \exp(-\exp(-u)) \quad (10) \qquad \text{et } u = -\ln(-\ln(F(x))). \quad (11)$$

L'avantage d'utiliser la variable réduite est que l'expression d'un quantile est alors linéaire ($x_q = a + bu_q$).

En conséquence, dès lors que les points de la série à ajuster peuvent être reportés dans un système d'axes $x - u$, il est possible d'ajuster une droite qui passe le mieux par ces points et d'en déduire les deux paramètres a et b de la loi. Il existe différentes méthodes d'ajustement : méthode graphique (ajustement à l'œil ou à l'aide d'une régression statistique), méthode des moments ect.

En pratique il s'agit essentiellement d'estimer la probabilité de non dépassement $F(x_i)$ qu'il convient d'attribuer à chaque valeur x_i. Il existe de nombreuses formules d'estimation de la fonction de répartition $\hat{F}(x)$ à l'aide de la fréquence empirique. Elles reposent toutes sur un tri de la série par valeurs croissantes permettant d'associer à chaque valeur son rang r. Des simulations ont montré que pour la loi de Gumbel, il faut utiliser la fréquence empirique de Hazen :

$$F\left(x_{[r]}\right) = \frac{r - 0.5}{n} \qquad (12)$$

où r est le rang dans la série de données classée par valeurs croissantes, n est la taille de l'échantillon, $x_{[r]}$ la valeur de rang r.

Rappelons encore que le temps de retour T d'un événement est défini comme étant l'inverse de la fréquence d'apparition de l'événement. Soit :

$$T = \frac{1}{1 - F_Q(x_Q)} . \qquad (13)$$

⦿ Démarche et résultats

Etape 1 : Préparation de la série de données des débits de pointe.

- Trier les valeurs dans l'ordre croissant.
- Attribuer un rang à chaque valeur.

Etape 2 : Calcul de la fréquence empirique pour chaque rang (Hazen, équation (12)).

Etape 3 : Calcul de la variable réduite « u » du Gumbel (équation (11)).

Etape 4 : Représentation graphique des couples (u_i, x_i) de la série à ajuster (figure 1).

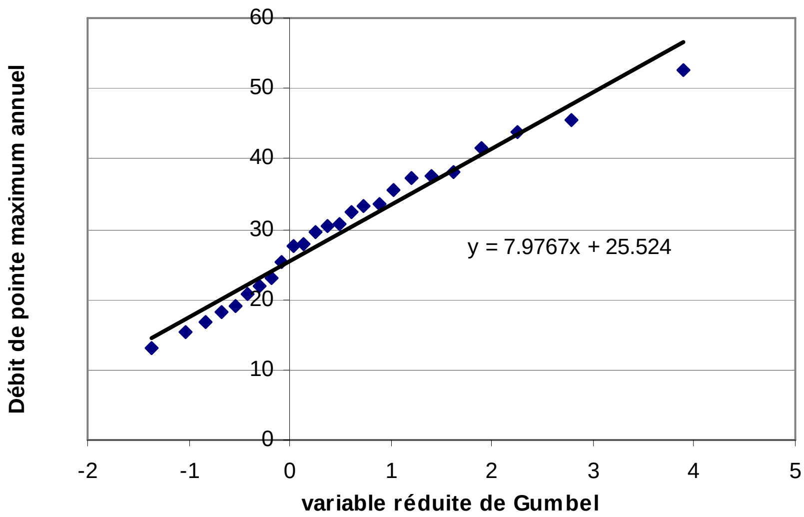


Figure 1. Ajustement graphique du modèle
(calcul des paramètres « a » et « b » de la droite d'ajustement de Gumbel)

Etape 5 : Ajustement d'une relation linaire de type $x_q = a + bu_q$ aux couples (u_i, x_i) (figure 1) et en déduire les deux paramètres a et b). Avec un ajustement de type graphique (à l'œil), on a alors une estimation des paramètres a et b :

$$a = 25.5 \text{et} \ \ b = 7.98$$

Etape 6 : Utilisation du modèle statistique pour estimer des débits de pointe de différents temps de retour T. Par exemple pour T=100 ans, on suit les étapes suivantes :

- Calcul de la fréquence de non-dépassement d'après la relation (13) :

$$F(Q_p(T)) = 1 - \frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{100} = 0,99$$

- Calcul de la variable réduite de Gumbel correspondante d'après la relation (11) :

$$u = -\ln\left(-\ln\left(F(Q_p(T))\right)\right) = -\ln\left(-\ln\left(0,99\right)\right) = 4,60$$

- Calcul du quantile correspondant d'après la relation linéaire (avec a et b fournis par l'étape 5 précédente) :

$$Q_q(100) = a + bu_{100} = 25,57 +,98 \cdot 4,60 = 62,2 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

On a de même pour les autres temps de retour :

$$Q_q(2,33) = a + bu_{2,33} = 25,5 + 7,98 \cdot 0,58 = 30,1 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_q(5) = a + bu_5 = 25,5 + 7,98 \cdot 1,50 = 37,5 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q_q(20) = a + bu_{20} = 25,5 + 7,98 \cdot 2,97 = 49,2 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

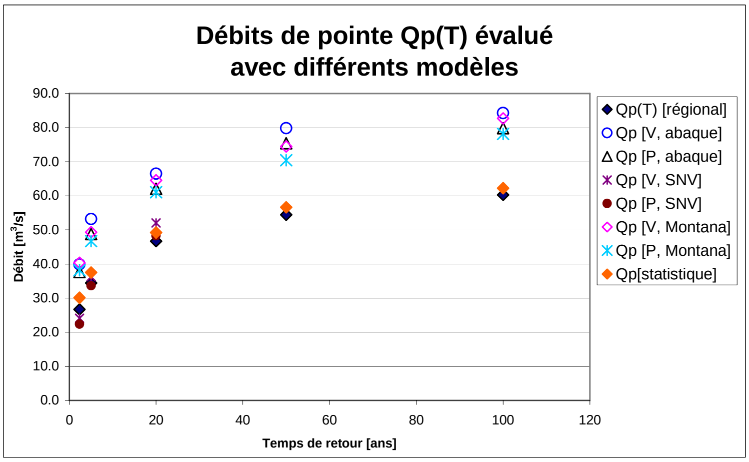
$$Q_q(50) = a + bu_{50} = 25,5 + 7,98 \cdot 3,90 = 56,6 \quad \text{m}^3/\text{s}$$

Question 2. Comparer l'ensemble des résultats obtenus pour chaque bassin versant. Comparer le $Qp_{(2.33)}$ avec le débit moyen observé.

Pour les différentes méthodes et les différents temps de retour, les résultats sur les bassins versants de la Mentue, Haute Mentue, Rotenbach et Rappengraben sont regroupés dans les figures suivantes. Afin de mieux comparer le $Qp_{(2.33)}$ avec le débit moyen observé, les résultats obtenus pour ce débit specifique sont présentés dans le tableau 1.

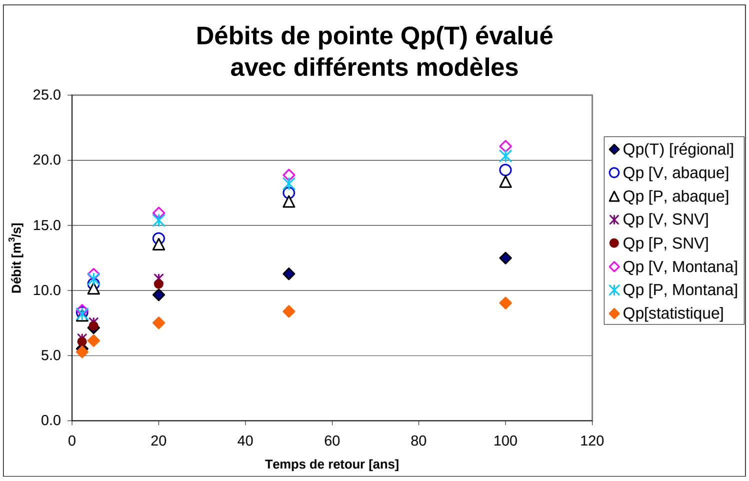
BV1 (Mentue à Yvonnand) :

Les méthodes statistique, régionale et rationnelle (SNV) donnent des résultats semblables. Cependant les la méthode rationnelle donne des débits légèrement surestimés. On suppose que l'intensité de la pluie estimée par les abaques et les valeurs de Montana (extrapolation des valeurs journalières) est surestimée.



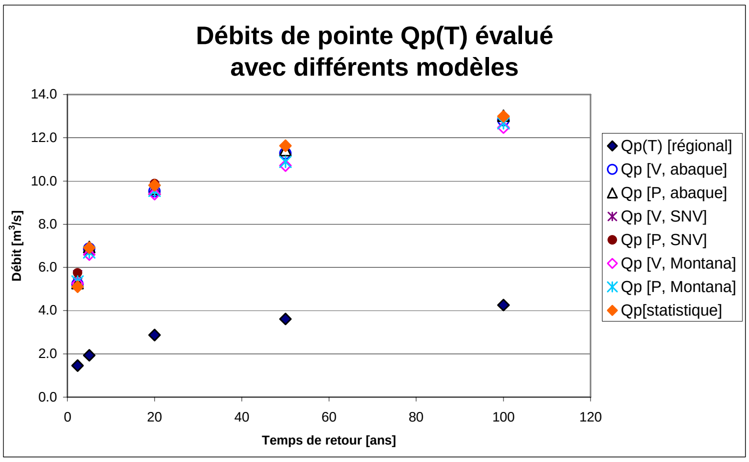
BV2 (Haute Mentue):

Les méthodes rationnelles (Montana, SNV, abaque) donnent des résultats trop élevés. Ceci est toujours probablement dû aux intensités surestimées. On suppose aussi que l'extrapolation faite avec l'ajustement de Gumbel n'est pas correcte (la série n'est pas assez longue ?– la loi n'est pas bonne ?). Il semble donc que les estimations avec la méthode régionale et la méthode rationnelle (SNV) soient les meilleures.



BV3 (Rotenbach):

La méthode régionale sous-estime clairement les débits de pointe. Ceci est probablement dû au fait que le bassin n'est pas homogène par rapport aux paramètres utilisés dans la régionalisation. Les autres méthodes donnent des résultats semblables.



BV4 (Rappengraben): Comme toutes les formules de la méthode rationnelle donnent des mauvais résultats, on suppose qu'il y a un problème d'estimation de temps de concentration ou de coefficient de ruissellement. Les résultats des méthodes statistique et régionale sont semblables.

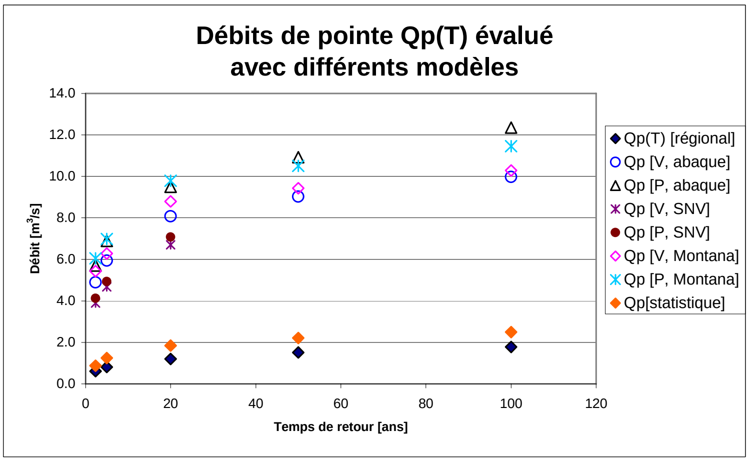


Tableau 1 : Comparaison des $Qp_{(2.33)}$ obtenus (en m^3/s) avec le débit moyen observé pour les bassins de la Mentue, Haute Mentue, Rotenbach, Rappengraben.

	Mentue (Yvonnand)	Mentue (Dommartin)	Rotenbach	Rappengraben
Surface [km^2]	**105**	**12.5**	**1.66**	**0.59**
T ans	2.33	2.33	2.33	2.33
Qp(T) [régional]	26.7	5.5	***1.5***	0.6
Qp [V, abaque]	*39.9*	*8.3*	5.2	***4.9***
Qp [P, abaque]	*37.7*	*8.1*	5.3	***5.7***
Qp [V, SNV]	*24.1*	6.3	5.7	***3.9***
Qp [P, SNV]	*22.4*	6.1	5.7	***4.1***
Qp [V, Montana]	*40.4*	*8.5*	5.3	***5.4***
Qp [P, Montana]	*38.2*	*8.2*	5.3	***6.0***
Qp[statistique]	30.1	5.3	5.1	0.9
Q moy obs	30.0	5.3	5.1	0.9

Question 3. Discuter des résultats en fonction des méthodes, de la période de retour, de la taille du bassin.

Il y a une grande variabilité des débits de pointes estimés selon les différentes méthodes et formules. Il faut choisir la méthode selon son domaine d'utilisation et en considération avec des valeurs observées si elles sont disponibles. Dans cet exercice les séries observées sont assez longues pour nous aider à déceler certaines tendances.

Il faut se rappeler les remarques suivantes :

1) On a uniquement des estimations grossières vues les nombreuses sources d'incertitude.

- **Méthode statistique** : L'ajustement de Gumbel n'est pas forcément le plus approprié (il y a d'autres types possibles d'ajustements dans le Polycopié Hydrologie Fréquentielle pu dans l'annexe du cours Hydrologie Appliquée). Si l'ajustement est réalisé sur des séries trop courtes, cela peut conduire à des estimations loin de la réalité…

- **Méthode régionale** : Cette méthode implique le calcul des débits uniquement en fonction des caractéristiques des bassins versants. Si les bassins à étudier ne sont pas homogènes (caractéristiques prédominantes non prises en compte dans les paramètres de régionalisation), l'utilisation d'une formule régionale donnera forcement des *Qp* très différents des estimations obtenues par la méthode régionale.

- **Méthode rationnelle** : Une des limites de cette méthode est le problème posé par les multiples formules et abaques (lesquels choisir ?) nécessaires pour estimer le temps de concentration, le coefficient de ruissellement et l'intensité des précipitations. Un autre problème classique de cette méthode est l'hypothèse sur les temps de retour : *T*(pluie)=*T*(débit). Enfin, l'estimation du coefficient de ruissellement peut être délicate. De plus rappelons que le *Cr* n'est pas égale dans l'espace ni dans le temps ni pour des temps de retour différents.

2) Domaine de validité des méthodes :

- **Méthode statistique :** appropriée pour les bassins versants avec de longues séries de débit ;
- **Méthode régionale :** appropriée pour des bassins versants > 10 km^2 (ex. Mentue à Yvonnand et à Dommartin) et souvent plus approprié pour les grands temps de retour;
- **Méthode rationnelle :** appropriée pour les petits bassins versants < 3 km^2 (ex. Rotenbach).